

Ph. Sp.

277

b

Ph. sp. 277 6

Ph. sp. 277 b

URSACHE UND WIRKUNG.

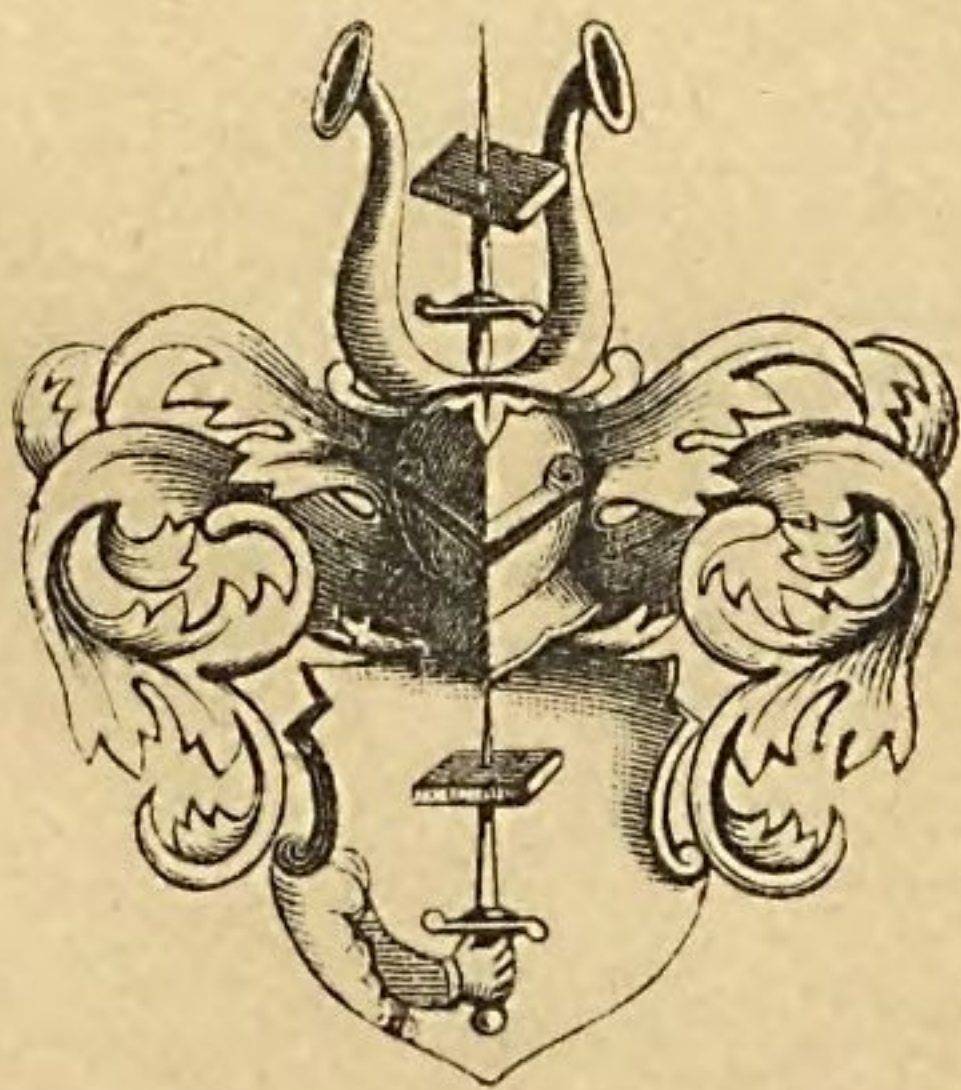
EIN ERKENNTNISS-THEORETISCHER VERSUCH

VON

ADOLF FICK,

PROFESSOR IN WÜRZBURG.

ZWEITE VERMEHRTE AUSGABE.



KASSEL.

GEORG H. WIGAND.

1882.

112 B

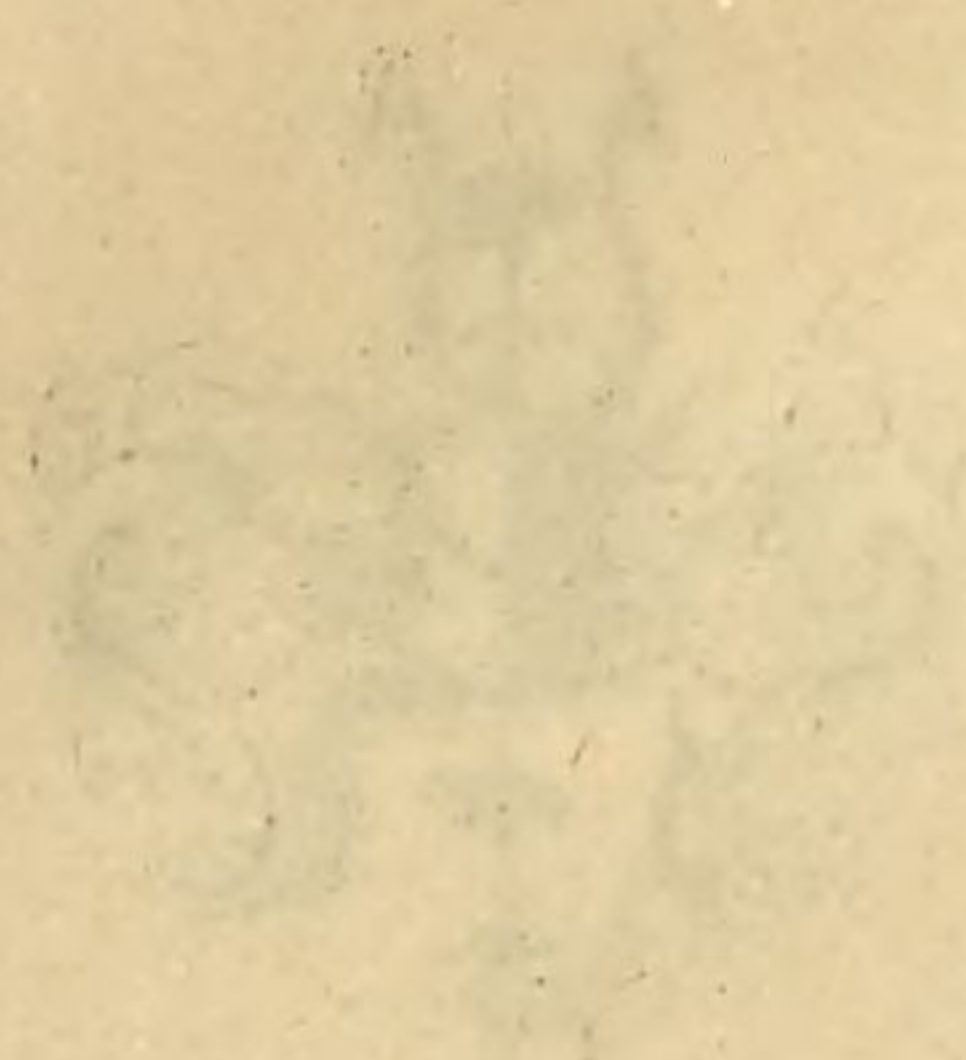
A

URSACHE UND WIRKUNG

VON HERZOGSTADT THEODOR VON LERCH

ADOLF PICK

NEUER THEODOR LERCH



VERLAG

GEORGE F. SMITH

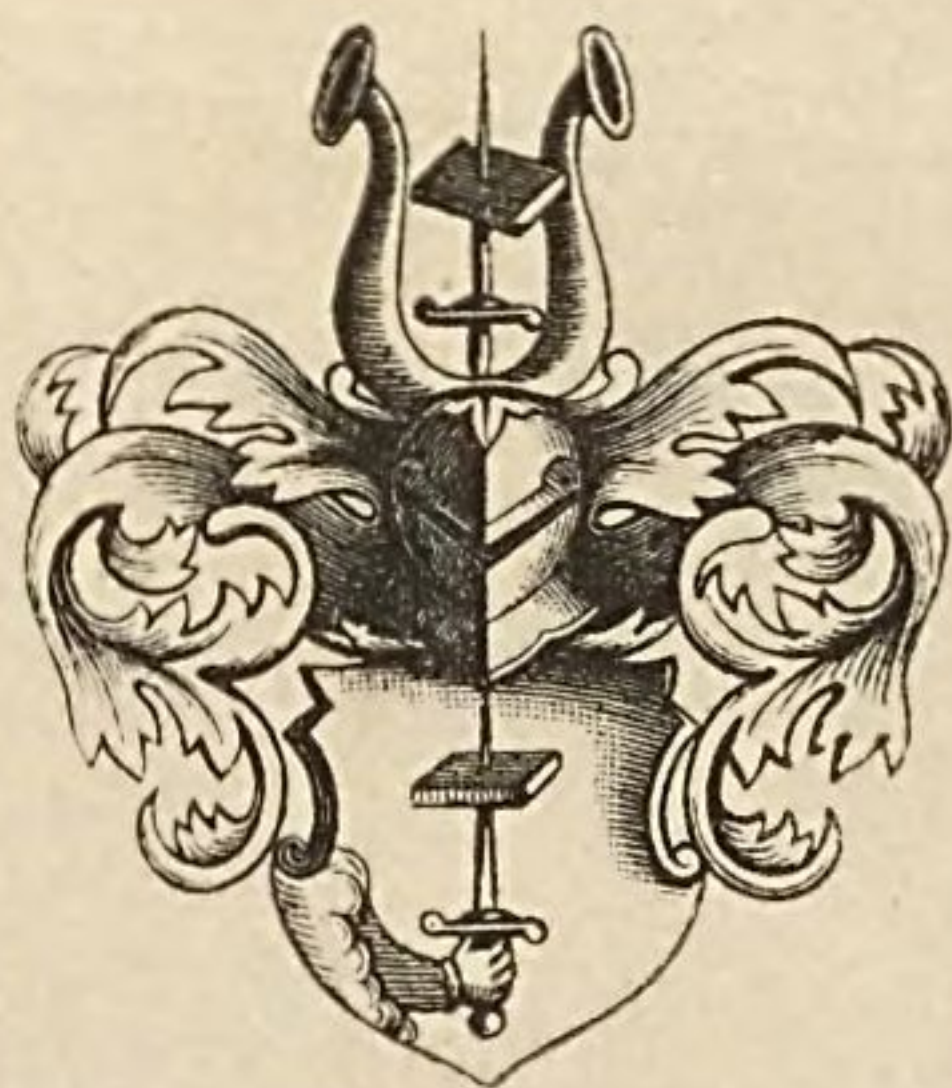
URSACHE UND WIRKUNG.

EIN ERKENNTNISS-THEORETISCHER VERSUCH

VON

ADOLF FICK,
PROFESSOR IN WÜRZBURG.

ZWEITE VERMEHRTE AUSGABE.

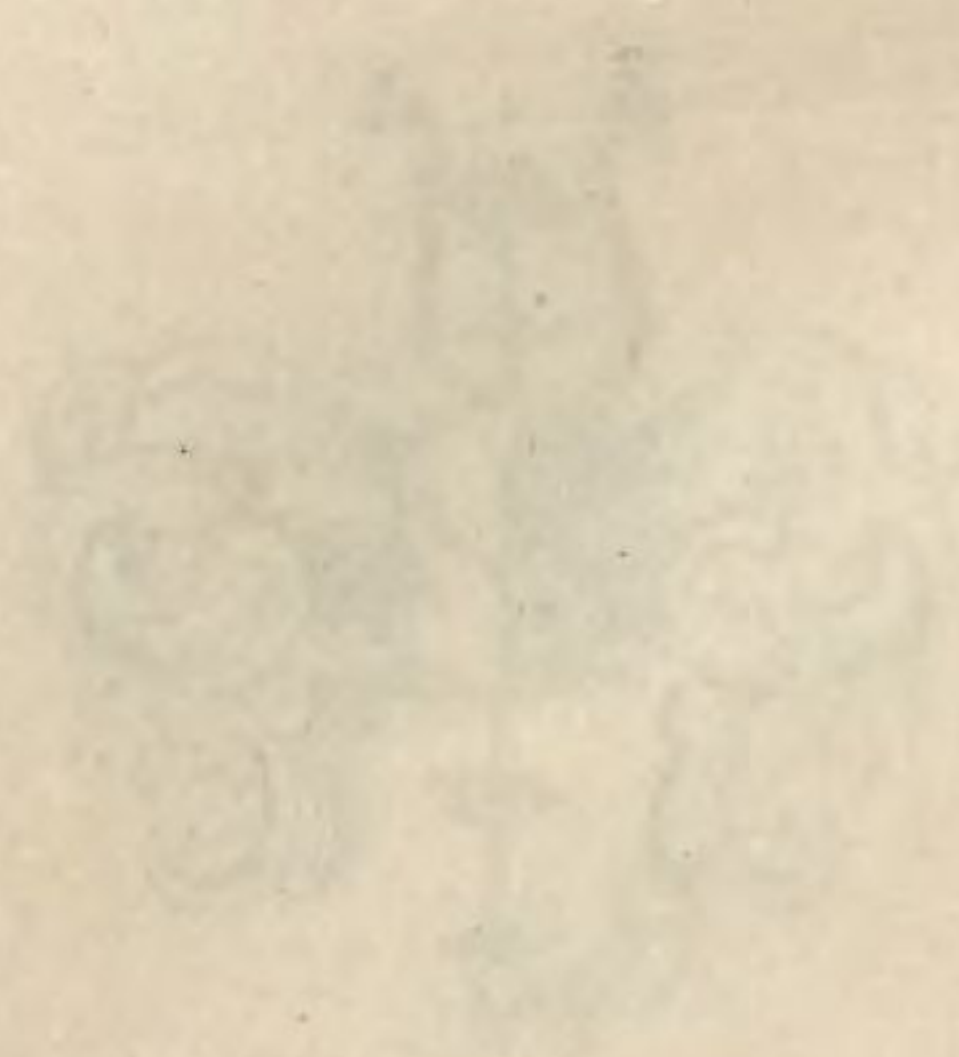


KASSEL.
GEORG H. WIGAND.
1882.

URSACHE UND WIRKUNG.

VON ERNST KANTZKE.

ADOLF BECK.



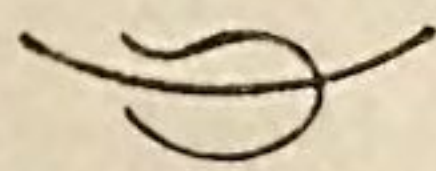
KASSEL.

GEORGE WILHELM.

1882.

INHALT.

	Seite.
Vorwort.	
I. Grundlegende allgemeine Betrachtungen	1
II. Physikalische Entwicklung	8
III. Mathematische Formulirung	27
Ueber die der Mechanik zu Grunde liegenden Anschauungen	39



TABLE

Page

Page

1

I. General Introduction

2

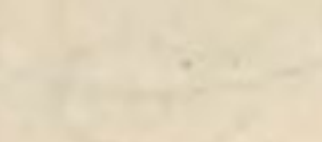
II. The Study of the Subject

3

III. Methods of Investigation

4

IV. The Results of the Investigation



VORWORT.

Seit dem ersten Erscheinen des hier zum zweiten Male dem Publikum vorgelegten Versuches hat der darin vertretene Standpunkt von anderer Seite eine kräftige Stütze erhalten. *Kirchhoff*, wohl der hervorragendste neuere Darsteller der Mechanik, sagt in der Vorrede zu seinen 1876 erschienenen »Vorlesungen über mathematische Physik« wörtlich Folgendes:

„Der Ausgangspunkt der Darstellung, den ich gewählt habe, ist von dem gewöhnlichen verschieden. Man pflegt die Mechanik als die Wissenschaft von den Kräften zu definiren, und die Kräfte als die Ursachen, welche Bewegungen hervorbringen oder hervorzubringen *streben*. Gewiss ist diese Definition bei der Entwicklung der Mechanik von dem grössten Nutzen gewesen, und sie ist es auch noch bei dem Erlernen dieser Wissenschaft, wenn sie durch Beispiele von Kräften, die der Erfahrung des gewöhnlichen Lebens entnommen sind, erläutert wird. Aber ihr haftet die Unklarheit an, von der die Begriffe der Ursache und des Strebens sich nicht befreien lassen. Diese Unklarheit hat sich z. B. gezeigt in der Verschiedenheit der Ansichten darüber, ob der Satz von der Trägheit und der Satz vom Parallelogramm der Kräfte anzusehen sind als Resultate der Erfahrung, als Axiome oder als Sätze, die logisch bewiesen werden können und bewiesen werden müssen. Bei der Schärfe, welche die Schlüsse

„in der Mechanik sonst gestatten, scheint es mir wünschenswerth, „solche Dunkelheiten aus ihr zu entfernen, auch wenn das nur „möglich ist durch eine Einschränkung ihrer Aufgabe. Aus diesem „Grunde stelle ich es als Aufgabe der Mechanik hin, die in der „Natur vor sich gehenden Bewegungen zu *beschreiben* und zwar „vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben. Ich „will damit sagen, dass es sich nur darum handeln soll, anzugeben, „*welches* die Erscheinungen sind, die stattfinden, nicht aber darum, „ihre *Ursachen* zu ermitteln.“

Wenn hier *Kirchhoff* seine Darstellung der Mechanik eine bloss *beschreibende* nennt, so kann ich in diesem Ausdruck nur eine Paradoxie erkennen, zu welcher er sich hat hinreissen lassen, um der auf die Vorstellung der *Kraft*, d. h. des *Bewegungsbestrebens* gegründeten Darstellung recht schroff entgegenzutreten. Die Darstellung *Kirchhoff's* ist in Wahrheit nicht beschreibend, sondern *erklärend* im Sinne des Causalprincipes ganz ebenso gut wie die Darstellungen aller früheren Autoren seit Galilei und Newton. In der That, die Beschreibung der Bewegung eines materiellen Punktes würde so lauten: Zu einer gewissen Zeit war der Punkt da, zu einer gewissen andern war er dort u. s. w., oder wenn sich die Beschreibung auf eine zu erwartende künftige Bewegung bezieht, wäre zu sagen: zu einer gewissen künftigen Zeit wird er da sein etc. Diese Aussage könnte sich vielleicht auch in der abgekürzten Form von Gleichungen zwischen den Coordinaten des Punktes und der Zeit ausdrücken lassen. Nie und nimmermehr wird man es aber eine *Beschreibung* der Bewegung des Punktes nennen, wenn die Aussage den Anspruch macht, eine *unverbrüchliche Regel* zu sein. Sagen: »Wenn der Punkt zu einer gewissen Zeit mit einer gewissen Geschwindigkeit hier ist, so **muss** er zu einer gewissen folgenden Zeit dort sein«, heisst nicht, die Bewegung *beschreiben*, sondern heisst, dieselbe *causal erklären*; denn das ist doch wohl eben der Begriff der Causalität, dass ein Ereigniss aus dem andern nach einer unverbrüchlichen Regel mit *Nothwendigkeit* folgt. Soviel ich sehe, hat man in der Naturwissenschaft unter causaler Erklärung nie etwas Anderes ver-

standen, als die Auffindung jener unverbrüchlichen Regeln oder Naturgesetze, nach denen die Erscheinungen mit Nothwendigkeit ablaufen. Die Beschreibung als solche hat mit der Nothwendigkeit gar nichts zu thun. *Kirchhoff's* Darstellung der Mechanik, welche wie alle früheren die *Gesetze* der Bewegung darstellt, muss also wie jene entschieden eine *erklärende* und nicht eine *beschreibende* genannt werden. Unter den Bedingungen, von welchen der Verlauf der Bewegung eines materiellen Punktes nach unverbrüchlichen Regeln abhängt, spielen nun bei *Kirchhoff* wie bei jedem andern Autor die Beziehungen zu anderen materiellen Punkten eine wesentliche Rolle. Dies heisst mit anderen Worten: *Kirchhoff* erklärt den besonderen Ablauf der Bewegung *eines* materiellen Punktes aus seiner Wechselwirkung mit den anderen, ganz wie es die früheren Autoren gethan haben. Der Unterschied ist nur eben der, dass er die in der That obscure Vorstellung von Zug oder Druck, d. h. von der Bewegungstendenz verbannt wissen will. Genau dasselbe war es aber, was ich durch meinen Versuch erstrebte.

Druckfehler.

S. 31, letzte Zeile, lies: $v_p dv_p$ statt $v_p dv$

S. 32, Zeile 6 v. o. lies: $\frac{d^2x_p}{dt^2}dx_p + \frac{d^2y_p}{dt^2}dy_p + \frac{d^2z_p}{dt^2} \cdot dz_p$

S. 33, Zeile 7 v. o. lies: $\sum_{q=1}^{q=n} [\text{etc.}$

I. Grundlegende allgemeine Betrachtungen.

Es giebt vielleicht kaum andere Begriffe, welche häufiger Gegenstand des Nachdenkens gewesen sind, als die Begriffe von Ursache und Wirkung. Gleichwohl ist beim ersten Blick in jedes beliebige Buch aus irgend einem Wissensgebiete zu sehen, dass die Worte Ursache und Wirkung, oder ihre Aequivalente in anderen Sprachen in durchaus verschiedenen Bedeutungen gebraucht werden. Dies liegt so sehr auf der Hand, dass sich kaum die Mühe lohnen dürfte eine Sammlung von Citaten aus den anerkanntesten philosophischen oder anderen Schriften als Beleg beizubringen. Es mag genügen, durch ein Paar fingirte Beispiele dem Leser die Vieldeutigkeit der gewichtigen Worte „Ursache“ und „Wirkung“ in Erinnerung zu rufen. So wird Niemand Einsprache gegen einen Missbrauch der Worte erheben, wenn die Erde die Ursache des Falles der Körper genannt wird. Ein Anderer sagt vielleicht: die Schwere ist die Ursache des Falles. Ein Dritter sagt etwa: die Ursache der Beschleunigung eines fallenden Körpers ist seine Annäherung an die Erde. Alle diese Ausdrucksweisen kommen vor, und werden ohne Bedenken hingenommen. Ebenso wenig würde man Anstoss nehmen, an Sätzen wie: die Ursache der schwarzen Färbung des Negers ist ein in die Zellen seiner Oberhaut eingelagertes Pigment; oder wie: Feuchtigkeit und Wärme ist die Ursache des Wachstums der Pflanze; oder: die Ursache des Wachstums der Pflanze ist die Vergrösserung und Vermehrung ihrer Zellen; oder: das Zusammenreffen von Schwefelsäure und Baryt ist die Ursache, der entstehende Niederschlag ist die Wirkung; oder: das Emporsteigen

und Trockenwerden des Bodens in Afrika vor vielen tausend Jahren ist die Ursache davon, dass jetzt die Alpenthäler mit grünen Matten statt mit Gletschermassen bedeckt sind. *) Alle diese Ausdrucksweisen wird Jeder ohne Widerrede als korrekt gelten lassen, und doch ist klar, dass hier das Wort Ursache und sein in einigen Beispielen nur stillschweigend hinzugedachtes nothwendiges Correlat Wirkung sehr verschiedene Bedeutung haben. Ist doch einmal eine Substanz (Erde, Pigment etc.) Ursache genannt, ein andermal ein unmittelbar vorhergegangenes, wieder ein andermal ein längst vorhergegangenes Ereigniss; die Wirkung ist bald ein Zustand (Färbung), bald eine Substanz (niedergeschlagenes Pulver), bald ein Ereigniss (Fallen etc.). Es giebt also sicher verschiedene Begriffe, die wir im Sprachgebrauche des gemeinen Lebens und der Wissenschaft mit den Worten Ursache und Wirkung zu bezeichnen pflegen. So viel ich sehen kann, sind diese Begriffe noch nie scharf von einander gesondert worden. In dieser Abhandlung will ich versuchen ein bestimmtes Begriffsverhältniss zu entwickeln, auf welches mir die Bezeichnungen Ursache und Wirkung am besten zu passen scheinen.

Vor allem ist einleuchtend, dass sich die Begriffe Ursache und Wirkung auf die Veränderungen in der erscheinenden Welt beziehen. Zwar spricht man zuweilen auch von der Ursache der Erhaltung irgend eines Zustandes, aber nur, wenn man eine Veränderung eigentlich erwartet hat; und es wird wohl allgemein zugestanden, dass von Ursache und Wirkung keine Rede sein könnte, wenn alles in der Welt unverändert bliebe. Auch darin stimmen Alle überein, dass Ursache und Wirkung Kategorien sind, mittelst deren wir gesetzlichen Zusammenhang zwischen den erscheinenden Veränderungen denken. Nach Kant sind sie bekanntlich die einzigen Kategorien, durch welche wir den gesetzlichen Zusammenhang in der zeitlichen Aufeinanderfolge der Veränderungen den-

*) Eine bekannte, vielleicht nicht richtige geologische Hypothese zur Erklärung der Gletscherperiode.

ken. Nach ihm ist nämlich Ursache etwas, worauf ein anderes — die Wirkung — nach einer bestimmten Regel folgt. Nun ist allerdings die Gesetzmässigkeit im zeitlichen Ablaufe der Erscheinungen sicher ein Stammbegriff des Verstandes, der eine Erfahrung allererst möglich macht; und es wäre an sich nichts dagegen einzuwenden, wenn wir diesen wohl definirten Begriff mit dem Namen der Causalität bezeichnen wollten; aber mit dem hergebrachten Sprachgebrauch würden wir entschieden nicht in Uebereinstimmung sein. In der That würde sich Jeder sträuben, wenn man den Tag als Ursache der Nacht bezeichnen wollte. Dies Beispiel ist schon mehrfach sehr passend der Kantischen Deduktion des Causalitätsbegriffes entgegengehalten worden. Denn Kant müsste wirklich den Tag die Ursache der Nacht nennen, da diese auf jenen nach einer bestimmten Regel folgt.

Es wird leicht jeder noch Hunderte ähnlicher Beispiele finden, ich will aber noch eines hier ausführen, weil es gewissermassen mehr als ein blosses Beispiel ist, wie sich aus dem weiteren Verlauf dieser Untersuchung ergeben wird. Es bewege sich ein Körper gänzlich frei, folglich mit konstanter Geschwindigkeit in gerader Linie. Nehmen wir auf dieser zwei aneinandergrenzende Stücke ab und bc. Wenn nun der Körper zuerst das Stück ab durchläuft, so müsste Kant diese Begebenheit die Ursache der Begebenheit nennen, dass hierauf das Stück bc durchlaufen wird; denn die zweite Begebenheit folgt auf die erste mit Nothwendigkeit nach einer bestimmten Regel, aber das Sprachgefühl würde sich sicher gegen eine derartige Ausdrucksweise sträuben.

Wir sehen uns daher genöthigt, ausser dem blossen Begriffe der Gesetzlichkeit in Aufeinanderfolgen der Begebenheiten, noch andre Stammbegriffe des Verstandes aufzusuchen, unter welchen die Veränderungen in der Welt stehen. Einen grossen Schritt in dieser Beziehung hat Schopenhauer, der geistvolle Popularisator Kants in seiner tiefsinnigen Abhandlung: „Die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde“ gethan — vielleicht den grössten Schritt vorwärts, den überhaupt die Metaphysik seit der

Kritik der reinen Vernunft gethan hat. Schopenhauer zeigt, dass der Verstand vermöge einer ihm vor aller Erfahrung beiwohnenden Erkenntniss stets mindestens ein zweites Ding setzt, wenn im Zustande eines Dinges eine Veränderung wahrgenommen wird. Die Apriorität dieser Erkenntniss leuchtet auch sofort ein. In der That würden wir ja — so argumentirt Schopenhauer richtig — ohne diese Erkenntniss gar nie zur Annahme einer äusseren Welt, wie viel weniger zu einer Erfahrung kommen, denn wirklich gegeben sind uns ja nur die Empfindungen, d. h. Veränderungen unsres inneren Zustandes, und es ist ein Akt des Verstandes ein äusseres Ding zu setzen, welches eine solche Veränderung unsres inneren Zustandes eine Empfindung bewirkt hat.

Merkwürdiger Weise hat der geniale Physiker und Physiologe Helmholtz diesen tiefsinnigen Gedanken offenbar ganz selbstständig und unabhängig von Schopenhauer (den er gar nicht zu kennen scheint) ebenfalls ausgesprochen. (Siehe dessen physiologische Optik in Karstens Encyclopädie der Physik.) Ganz fremd war übrigens die in Rede stehende Betrachtung auch Kant nicht, nur sucht man sie vergebens in der Kritik der reinen Vernunft bei der Deduktion des Causalbegriffes. Es findet sich aber etwas davon, nur gleichsam in umgekehrter Richtung angewandt in einer der frühesten Schriften Kant's: Princip. primor. Cognit. metaph. nova dilucid. etc. Siehe die Ausgabe von Rosenkranz Bd. I. S. 38.

Auf diesem Wege müssen wir weiter gehen, um die Begriffe, für welche sich die Namen Ursache und Wirkung am besten eignen, scharf zu umgrenzen. Der erste Satz, den wir nunmehr aufstellen können, ist: Wirkungen sind nur solche an einem Ding erscheinende Veränderungen, welche nicht stattgefunden hätten ohne die Gegenwart eines andern Dinges. Dieser Satz ist nicht eine bloß müßige Worterklärung ohne realen Gegenstand, er stellt vielmehr eine wirkliche Eintheilung der Veränderungen in zwei Klassen fest. Diese Eintheilung kann hier noch nicht erschöpfend durchgeführt werden. Es mag für einstweilen genügen, durch Beispiele zu zeigen, dass es überhaupt

Veränderungen der einen und der anderen Klasse giebt. Die Ortsveränderung eines ohne Widerstand sich bewegendes Körpers ist ein Beispiel für die eine Klasse, d. h. eine an einem Ding beobachtete Veränderung, die durchaus nicht nothwendig andre Dinge als wirksam voraussetzt. Wenn auch vielleicht die fragliche Veränderung nur mit Berücksichtigung anderer Dinge zur Wahrnehmung gelangt, so denken wir sie uns doch nicht hervorgebracht durch die anderen Dinge. Ein Beispiel der andern Klasse ist die Veränderung der Geschwindigkeit eines Körpers. In der That wird es keinem Menschen einfallen zu behaupten, dass jemals ein Körper von selbst seine Geschwindigkeit ändert, immer muss er hierzu von andern Körpern bestimmt werden.

In dem soeben erläuterten Satze ist ein Grundbegriff des Verstandes enthalten, der wohl als der ursprünglichste am besten als Ausgangspunkt bei der Erörterung der Causalität dient. Es ist der Begriff der Einwirkung eines Dinges auf ein anderes, den wir auch sofort zum Begriffe der Wechselwirkung erweitern können, denn sowie das eine Ding die Veränderungen der Zustände des anderen bestimmt, so bestimmt umgekehrt das andere die Veränderungen der Zustände des einen. Dass die gegenseitige Einwirkung der Dinge aufeinander das Band ist, welches sie zu einer Welt verknüpft, ist eine schon von Alters her mehr oder weniger klar erkannte Wahrheit. Dass der Begriff der Einwirkung eines Dinges auf ein anderes ein Grundbegriff des Verstandes a priori sei, hat, wie oben schon ausgeführt wurde, zuerst Schopenhauer vollständig klar gezeigt.

Es kann nicht genug betont werden, dass dieser Grundbegriff der Einwirkung ein anderer ist als der Begriff der Gesetzmässigkeit in der Aufeinanderfolge der Erscheinungen und es ist eine Täuschung Schopenhauers wenn er meint, mit seiner soeben angeführten Deduktion habe er Kant's Deduktion der Apriorität des Causalitätsbegriffes vervollständigt oder berichtigt, oder überflüssig gemacht. Kant hatte bei seiner Deduktion den Begriff eines gesetzlichen Aufeinanderfolgens der Erscheinungen

überhaupt im Sinne, Schopenhauer aber den ganz anderen Begriff der Einwirkung der Dinge aufeinander.

Die blosse Gegenwart eines andern Dinges bewirkt nun aber an sich noch keine Veränderung im Zustande eines Dinges. Dieses muss vielmehr seine Beziehung zu jenem ändern, wenn sein Zustand durch die Einwirkung desselben geändert werden soll. So lange kein Ding seine Beziehung zu den andern ändert, so lange wird auch offenbar keine Aenderung des Zustandes an irgend einem Dinge eintreten. Die Erde kann beispielsweise die Bewegungsgeschwindigkeit eines Steines ändern, aber dies geschieht offenbar nicht, so lange der Stein in gleicher Entfernung von der Erde bleibt. Sobald er aber sich der Erde nähert, so wird auch seine Geschwindigkeit durch ihre Einwirkung grösser, sobald er sich von ihr entfernt, so wird seine Geschwindigkeit ebenfalls durch jene Einwirkung kleiner. Die Veränderung, welche wir Wirkung nennen, setzt also eine andere Veränderung voraus.

Wir sehen jetzt, dass zum Zustandekommen einer Wirkung an einem Dinge dreierlei nöthig ist: 1° ein anderes Ding; 2° jener nexus zwischen beiden Dingen, welcher die Wirkungsfähigkeit ausmacht, den man im Bereiche der materiellen Natur „Kraft“ nennt; 3° eine Veränderung in der Beziehung der beiden Dinge zu einander. Im bisherigen Sprachgebrauche hat man promiscue bald die eine bald die andere dieser drei Bedingungen jeder Wirkung „Ursache“ genannt. In der That liest man bald „die Erde“ ist die Ursache, dass ein fallender Stein immer schneller geht, bald „die Schwere ist die Ursache“, bald „die Annäherung des Steines an das Erdcentrum.“

Es konnte nicht fehlen, dass die Mehrdeutigkeit eines so gewichtigen Wortes vielfach Verwirrung in der Metaphysik gestiftet hat. Ich möchte daher vorschlagen, den Gebrauch des Wortes Ursache streng einzuschränken, als Bezeichnung der dritten Bedingung einer Wirkung, nämlich der Veränderung, ohne welche keine Wirkung erfolgt. Auch Schopenhauer hat schon ausdrücklich darauf gedrungen, man solle nur Veränderungen als

Ursache bezeichnen, indem er geradezu die Berechtigung bestreitet, Dinge oder Kräfte Ursachen zu nennen. Er ist aber in den Irrthum verfallen, die ursächliche und die bewirkte Veränderung für durchaus zeitlich aufeinanderfolgend zu erklären. Auch Kant ist in diesem Irrthum befangen, der mit seiner allzuweiten Definition des Causalitätsverhältnisses zusammenhängt. Bei ihm bricht aber doch wenigstens stellenweise das Gefühl des Richtigen durch die abstrakte Consequenz einer dem Sprachgebrauche nicht gemässen Definition. So heisst es in der Kritik der r. Vernunft*): „Der grösste Theil der wirkenden Ursachen in der Natur ist mit ihren Wirkungen zugleich und die Zeitfolge der letzteren wird nur dadurch veranlasst, dass die Ursache ihre ganze Wirkung nicht in einem Augenblick verrichten kann; aber in dem Augenblicke, da sie zuerst entsteht, ist sie mit der Causalität ihrer Ursache jederzeit zugleich, weil, wenn jene einen Augenblick vorher aufgehört hätte zu sein, diese gar nicht entstanden wäre.“ Man braucht nur den hier mehr angedeuteten als vollständig ausgesprochenen Gedanken ganz auszudenken, um zu dem eben so wichtigen als richtigen Satze zu kommen, dass Ursache und Wirkung im Sinne unsrer Definition überall gleichzeitige Ereignisse sind: In der That, wie sollte noch eine Veränderung in den Zuständen der Dinge bewirkt werden, so wie die Veränderung ihrer Beziehungen zu einander aufhört? Es ist offenbar widersinnig anzunehmen: In einer gewissen Zeit findet eine Veränderung in den Beziehungen der Dinge zu einander statt, ohne Aenderungen in den Zuständen der Dinge, in der hierauf folgenden Zeit, während welcher die ursächliche Veränderung der Beziehungen nicht mehr stattfindet, tritt als Wirkung eine Veränderung in den Zuständen der Dinge ein. Die Succession von Ursache und Wirkung behaupten, heisst aber nichts anderes, als den soeben ausgesprochenen Satz behaupten.

*) S. 172 der Rosenkranz'schen Ausgabe.

II. Physikalische Entwicklung.

Durch diese vorläufigen allgemeinen Betrachtungen haben wir einen festen Standpunkt gewonnen für die Untersuchung der besonderen Gestaltung des Causalverhältnisses in der äusseren Natur. Es wurde oben schon hervorgehoben, dass wir vom Vorhandensein einer äusseren Natur nur mittels des a priori dem Verstande innewohnenden Grundbegriffes der Einwirkung der Dinge aufeinander Kenntniss erhalten, denn das eigentlich Gegebene sind ja nur unsere Seelenzustände, zunächst die Empfindungen, und dass sie durch äussere Dinge bewirkt sind, ist lediglich ein Verstandesschluss. Durch weitere reine Verstandesoperationen haben wir uns nun allmählig Vorstellungen von diesen äusseren Dingen, ihren Beziehungen und Zuständen gebildet, die immer unabhängiger von den ihnen zu Grunde liegenden Empfindungen geworden sind. Schon in früher Zeit sind einzelne Denker in dieser Abstraktion so weit vorgeschritten, dass ein eigentlich principieller Schritt weiter unmöglich ist. Sie fassen die Dinge als untheilbare, in ihrem Wesen unveränderliche materielle Theilchen, welche sich im Raume nebeneinander bewegen und aufeinander wirken. Die gegenwärtige Naturwissenschaft ist in der Zergliederung der Erscheinungen so weit gekommen, dass wenigstens die principielle Möglichkeit einer Erklärung aller Erscheinungen der äusseren Natur im Sinne dieser Vorstellung von den Dingen nicht mehr zu bezweifeln ist, oder dass man umgekehrt sagen kann, diese atomistische Vorstellung von der materiellen Welt hat sich nun auch als Resultat der Erfahrung a posteriori ergeben.

Ein Beispiel wird klar machen, wie die Vorstellung von den äusseren Dingen durch Verstandesoperationen allmählig von den Empfindungen abgesondert wird. Der über seine Sinneseindrücke nicht eingehend reflektirende Mensch wird sich etwa die Sonne als ein Ding vorstellen, dem er unter anderem die Prädikate

„hell,“ „weiss,“ „warm“ beilegt. Nun kommt die Zergliederung der Erscheinungen leicht dahin zu zeigen, dass die Prädikate hell, weiss und warm lediglich auf Empfindungen, d. h. auf innere Zustände unser selbst passen, nicht aber auf Dinge, welche wir uns als äussere vorstellen. Wir haben nämlich die Empfindung der Helligkeit, wenn in unseren Sehnerven gewisse Vorgänge stattfinden, die auf sehr verschiedene Weise veranlasst werden können, z. B. durch einen Stoss auf das Auge oder durch einen elektrischen Strom. Bei einer bestimmten Gestaltung dieser Vorgänge im Sehnerv hat die Empfindung die nicht näher definibare Beschaffenheit, welche wir durch das Wort „weiss“ bezeichnen. Ebenso bezeichnen wir eine bestimmte andere Art der Empfindung als „Wärme.“ Sie entsteht wenn die Tastnerven in gewisser Weise gereizt werden. So kann z. B. diese Art des Empfindens entstehen, wenn wir ein Pfefferkorn auf die Zunge legen. Die genannten Empfindungen entstehen nun unter andern auch durch die Einwirkung der Sonne auf die Nervenenden unserer Haut und unseres Auges. Der in der Konstruktion einer äusseren Welt beim ersten Schritte stehenbleibende Verstand legt die Prädikate der Empfindungen sofort der sie bewirkenden Sonne bei, und begnügt sich damit, sie sich als ein helles, weisses, warmes Ding vorzustellen. Schreitet aber der Verstand in der Zergliederung der Erscheinungen weiter vor, so erkennt er, dass damit eigentlich gar keine Vorstellung von einem äusseren Dinge gewonnen ist, und er wird schliesslich zu einer Vorstellung kommen, die sich etwa folgendermassen in ihren allgemeinsten Zügen beschreiben lässt. Die Sonne ist nicht ein Ding, sondern ein Aggregat von unzählig vielen Dingen (materiellen Theilchen), von denen viele — wenigstens sicher die an der Oberfläche gelegenen — in überaus lebhafter hin- und hergehender Bewegung begriffen sind. Diese vibrirende Bewegung überträgt sich durch die Einwirkung auf die im kosmischen Raume befindlichen Dinge (auf die Aethertheilchen). Indem so der Bewegungszustand immer weiter fortgepflanzt wird, kann er unter Umständen bis zu unseren Nerven-

enden kommen, und indem er die der Haut erschüttert, die Empfindung der Wärme, indem er die des Auges afficirt, die Empfindung der Helligkeit veranlassen. Es ist hier nicht der Ort, diese Konstruktion einer äusseren Welt auf Grund der Empfindungen im Einzelnen durchzuführen. Wir nehmen das Resultat derselben auf, dass die äussere Welt vorzustellen ist, als ein unendliches Aggregat materieller Theilchen, deren jedes in jedem bestimmten Zeitaugenblicke an einem bestimmten Orte (Punkte) im Raume ist. Im Laufe der Zeit ändern die materiellen Theilchen ihre Orte, und vermöge der Einwirkung aufeinander auch ihre Geschwindigkeiten.

Diese bestimmte Vorstellung von einer äusseren Welt würde sich auch ohne Zergliederung der beobachteten Erscheinungen a priori deduciren lassen, wenn man es überhaupt versucht, sich eine solche Vorstellung unabhängig von den Sinnesempfindungen zu bilden. Derartige Deduktionen sind auch schon öfters mit mehr oder weniger Glück ausgeführt. Sie laufen alle mehr oder weniger deutlich ausgesprochen etwa auf folgenden einfachen Gedankengang hinaus, bei dem wir als sicheren Ausgangspunkt die von Kant erwiesenen metaphysischen Wahrheiten nehmen, welche ebenso fest stehen, wie die mathematischen Axiome. Wenn wir es versuchen uns ein äusseres Ding, eine Substanz in dem Sinne, wie die Philosophie von jeher dies Wort gebraucht, unabhängig von unseren Sinnesempfindungen vorzustellen, so werden wir bald gewahr werden, dass es unmöglich ist, etwas von dem inneren Wesen der Qualität dieses Dinges an sich in die Vorstellung zu legen. Dagegen werden wir nicht anstehen das Ding als eine Grösse, ein Quantum zu fassen, indem wir dem Dinge einen mehr oder weniger hohen Grad der Realität beilegen, der ihm unveränderlich zukommt. Dies Quantum von Realität, welches einem Dinge als Erscheinung zukommt, ist nichts anderes, als was die Mechanik die „Masse“ eines materiellen Theiles nennt. Die Masse eines Dinges ist offenbar in der Zeit unveränderlich. Dass man in der That in einem als äusseren vor-

gestellten Dinge die Quantität als Bestimmung denken könne, liegt darin, dass sie eine Bestimmung ist, die in der Einwirkung der Dinge auf andere und in letzter Linie also auf uns selbst zur Geltung kommt, sofern von ihr das Mass dieser Einwirkung unter gegebenen Bedingungen abhängt. Man kann hier die Frage aufwerfen, ob die Masse aller Dinge gleich sei, oder ob verschiedene Dinge verschiedene Masse haben können. Diese Frage ist offenbar empirischer Entscheidung fähig, aber nicht a priori zu lösen.

Es ist nun zweitens ersichtlich, dass wir uns auch ganz unabhängig von allen Sinnesempfindungen die Dinge in Beziehungen zu einander vorstellen und zwar ist die Form, unter der wir diese Beziehungen anschauen, der „Raum.“ Wenn in der That der Raum nur die Form ist, unter welcher wir die Beziehungen der Dinge zu einander anschauen — und Kant hat es unwiderleglich bewiesen — dann kann natürlich nicht die Rede davon sein, dass ein Ding oder der Inbegriff vieler Dinge als Erscheinung, d. h. die Materie den Raum erfüllt. Es kann alsdann überall von keiner Raumerfüllung die Rede sein. Erfüllter Raum ist ein Widerspruch in sich.

Jedes Ding hat in der Vorstellung einer äusseren Welt neben uns seine bestimmte Stelle im Raume, d. h. es hat zu anderen in demselben Raume vorgestellten Dingen bestimmte Beziehungen, mit andern Worten, bestimmte räumliche Entfernungen von ihnen. Es hat keinen Sinn, einem Dinge eine, wenn auch noch so kleine räumliche Ausdehnung beizulegen. Wir könnten uns ja alsdann in diesem Theile des Raumes verschiedene Orte denken, ein „Hier“ und „Dort,“ und das hier Vorgestellte hätte von dem dort Vorgestellten eine bestimmte räumliche Entfernung. Räumliche Entfernung ist aber die Form, unter welcher uns die Beziehung zweier Dinge erscheint. Das hier Vorgestellte und das dort Vorgestellte sollte aber zu einem Dinge gehören. Man sieht daher, dass die Annahme räumlicher Ausdehnung eines Dinges auf Widerspruch führt, und dass mithin eine Materie, welche den Raum füllt, eine unmögliche Vor-

stellung ist. Die einfachen Theile der Materie also, die bezüglich ihrer Masse entschieden als endliche und nicht als unendlich kleine Grössen vorzustellen sind, können wir uns bezüglich räumlicher Ausdehnung gar nicht als Grössen nicht einmal als unendlich kleine denken.

Die Wahrheit der grossen Kant'schen Lehre, dass der Raum eben nur die Form ist, unter welcher wir die Beziehungen der Dinge zu einander anschauen, leuchtet vielleicht am besten ein, wenn man sich klar zu machen sucht, was eigentlich die Grundeigenschaften des Raumes im Sinne dieser Lehre bedeuten. Der Raum ist nach drei Abmessungen ausgedehnt, sagt nichts Anderes aus als dies: Die Art und Weise, wie wir uns die Beziehungen der Dinge zu einander vorstellen, bringt es mit sich, dass die Beziehung zwischen zwei Dingen d und e in der Vorstellung bestimmt ist, wenn die Beziehungen des Dinges d sowohl, als des Dinges e zu denselben drei andern Dingen a , b und c bestimmt sind. Dieser Satz lautet nämlich in die Sprache der Geometrie übersetzt: wenn die Entfernungen des Punktes d sowohl, als des Punktes e von drei bestimmten Punkten a , b und c gegeben sind, so ist auch die Entfernung zwischen den Punkten d und e gegeben. Allerdings liefert die Rechnung für diese Entfernung mehrere Werthe, aber doch ganz bestimmte. Wäre die Art, wie wir uns die Beziehungen der Dinge vorstellen müssen, anders beschaffen, z. B. so, dass schon, wenn die Beziehungen von d sowohl, als von e zu nur zwei andern Dingen a und b bestimmt wären, auch die Beziehung von d zu e in der Vorstellung nothwendig mit bestimmt wäre, dann hätte es die Geometrie mit einem Raume von bloss zwei Dimensionen zu thun; wir würden uns mit andern Worten alsdann alle Dinge in einer Fläche vorstellen. Wäre unser Anschauungsvermögen gar so beschaffen, dass schon die Feststellung der Beziehung von d und von e zu einem andern Dinge auch die Beziehung von d zu e in unserer Vorstellung feststellte, dann hätte der Raum nur eine Dimension oder mit andern Worten: wir stellten uns alsdann alle Dinge in einer

Linie vor. Nun ist aber unser Anschauungsvermögen einmal so geartet, wie wir zuerst beschrieben haben und der geometrische Ausdruck dieser Thatsache lautet, wie gesagt, dahin, dass der Raum drei Dimensionen hat.

Die Beziehungen einer vorgestellten Substanz oder was dasselbe sagt, eines einfachen materiellen Theilchens zu allen übrigen vorgestellten Substanzen, d. h. der Ort jener Substanz im Raume ist veränderlich, denn die Beziehungen der Substanz zu anderen Substanzen gehören nicht zum eigentlichen Wesen der Substanz. Man könnte diesen Schluss auch umkehren, da die Unveränderlichkeit des eigentlichen Wesens einer Substanz von jeher mit Recht als a priori gewiss angesehen wird. Gleichwohl muss durch etwas zu einer gewissen Zeit in der Substanz Liegendes bestimmt sein, ob sie überhaupt während dieser Zeit ihre Beziehungen zu andern Dingen — ihren Ort im Raume — ändert oder nicht, und in welcher Weise dies geschieht, d. h. ob die Ortsänderung während einer gewissen Zeit gross oder klein ist. Um mit den Ausdrücken der Naturwissenschaft zu sprechen, ob ein materielles Theilchen zu einer gewissen Zeit in Ruhe oder in Bewegung ist, und mit welcher Geschwindigkeit es sich bewegt, muss durch eine zu dieser Zeit von dem Theilchen selbst geltende Bestimmung gesetzt sein. Diese Bestimmung ist aber wie der Ort im Raume mit der Zeit veränderlich und kann also ebenfalls nicht zum eigentlichen Wesen des Dinges an sich gehören. Man nennt diese Bestimmung des Dinges seinen Zustand und in der Sprache der Mechanik seine Geschwindigkeit; in dem letztern Begriffe ist — beiläufig bemerkt — der Zustand der Ruhe mit enthalten, sofern er durch den Werth Null der Geschwindigkeit gegeben ist. Man kann also sagen, dass die verschiedenen Zustände der Substanzen uns erscheinen als ihre Geschwindigkeiten — ein Satz, den schon Kant ausgesprochen hat. Der Zustand einer Substanz als Subjekt an sich mag sein, was er will, vielleicht eine Vorstellung, oder eine willkürliche Handlung oder was sonst immer; an der Substanz, sofern sie

uns als Objekt in unserer Vorstellung erscheint, kann der Zustand nur als Bewegungszustand von dieser oder jener Intensität, d. h. als diese oder jene Geschwindigkeit gedacht werden. In der That, welche andere Bestimmung könnten wir in unserer Vorstellung einem als äusseres Objekt angeschauten Dinge ausser der Masse und dem Ort im Raume noch geben, als eben eine gewisse Bewegungsintensität, d. h. eine gewisse Geschwindigkeit. Alle andern Bestimmungen, welche der Sprachgebrauch des gemeinen Lebens etwa noch den äussern Objekten beilegt, als z. B. Wärme, Gewicht, Farbe etc. zeigen sich ja, wie wir gesehen haben, bei genauer Zergliederung gar nicht als Bestimmungen einfacher Substanzen, sondern als Bezeichnungen für Empfindungen, d. h. als Bezeichnungen für innere Zustände unseres eigenen Ich.

Es sei erlaubt, den Gedankengang noch einmal zu unterbrechen, um von einer andern Richtung her den Faden wieder aufzunehmen. Stellen wir uns noch einmal auf den Standpunkt der rohen Sinneswahrnehmung. Wenn wir uns fragen, was kann sich denn überhaupt verändern an den Dingen der äussern Welt, so scheint auf den ersten Blick geantwortet werden zu müssen, dass sich sehr Vielerlei an ihnen verändern kann. Der unbefangene, d. h. an Zergliederung der Erscheinungen nicht gewöhnte Mensch wird z. B. nicht anstehen zu sagen, es kann sich die Farbe eines Dinges ändern, sowie man aber der Sache genauer auf den Grund geht, so sieht man, dass die Aenderung der Farbe eines Körpers, z. B. einer Blume, nichts weniger als eine einfache Veränderung an einem einfachen Dinge ist. Man bemerkt leicht, dass bei dieser Veränderung erstens unzählige Dinge, nämlich unzählige Stofftheilchen, betheiligt sind. Es sind nämlich entweder unzählige neue Stofftheilchen in die Zusammensetzung des Körpers — der Blume — eingetreten oder es haben sich wenigstens die vorher vorhanden gewesenen anders gelagert, so dass die Oberfläche nunmehr die auf sie treffenden Aetheroscillationen anders reflectirt, als vorher. Dass es sich

ähnlich verhält mit dem, was man Aenderung der Helligkeit, Aenderung der Temperatur, Aenderung der Form etc. nennt, ist leicht zu sehen. Immer führt die Zergliederung des Vorganges bei konsequenter Durchführung dahin, zu erkennen, dass die eigentlich fundamentale Aenderung am einfachen Dinge, d. h. am integrierenden Massentheilchen nur und ausschliesslich bestehe in einer Aenderung seiner räumlichen Beziehung zu andern Massentheilchen und in Aenderung der Art und Weise, wie sich diese räumliche Beziehung im Laufe der Zeit ändert, mit andern Worten: in Aenderung der Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit.

Für Jeden, der mit dem heutigen Stande der Naturwissenschaft einigermaßen vertraut ist, wird diese Behauptung durchaus nichts Befremdendes haben. Nur wird derselbe vielleicht geneigt sein, noch eine Art fundamentaler Aenderungen in der Welt der Erscheinungen zu statuiren, nämlich Aenderungen der Kräfte. Unter Kraft versteht die Mechanik, sie mag sich in ihren Grunderklärungen drehen und wenden, wie sie will, ein mysteriöses Etwas, das man noch am ersten durch das Wort Bewegungstendenz bezeichnen könnte. Die Bewegungstendenz oder das Bewegungsbestreben eines Körpers ist natürlich verschiedener Grade fähig und insofern als eine mathematische Grösse zu behandeln. Hervorgebracht wird nach den Lehren der Physik die Bewegungstendenz eines Körpers durch die Einwirkung anderer Körper und von der Lage dieser andern Körper soll der Werth der Kraft im einzelnen Falle abhängen. So dunkel nun auch der Begriff einer Bewegungstendenz oder einer Kraft ist, so scheint es doch, als wäre dieselbe unter Umständen Gegenstand der allerunmittelbarsten Wahrnehmung, nämlich auf dem Gebiete des Tastsinnes als Druck. Es scheint, als empfinde man die „Anziehung“, welche eine schwere Masse von der Erde erfährt, unmittelbar als solche, wenn man die Masse auf die Hand legt und sie hier eine Druckempfindung verursacht. Es scheint auch, als könne man die Aenderung einer anziehenden Kraft unmittelbar als Aenderung des Druckes wahrnehmen. Hätten wir z. B. die Hand wagrecht

auf einen Tisch gelegt und ein leichtes Stückchen Eisen auf die Hand, näherten wir alsdann einen starken Magnet von unten, so würde der „Druck“ des Stücks Eisen offenbar zunehmen und diese Zunahme könnte unzweifelhaft als Verstärkung der Druckempfindung unter geeigneten Umständen wahrgenommen werden. Hier scheint also die Veränderung einer „anziehenden Kraft“ Gegenstand einer fundamentalen Wahrnehmung, denn es wäre nicht die Aenderung der Entfernung des Magnets, sondern die Aenderung des Druckes der Gegenstand der Wahrnehmung. Aber auch hier giebt die genaue Zergliederung des physiologischen Vorganges ein anderes Resultat, denn die nächste Ursache der Druckempfindung ist offenbar die wirkliche, wenn auch noch so geringe Zusammendrückung der Haut und der darin enthaltenen Nervenenden. In der That wird ja das Eisenstückchen bei Annäherung des Magnets tiefer in die Haut einsinken und es kann gar nicht bezweifelt werden, dass die Empfindung nicht zu Stande kommen würde, wenn wir das Eisenstück an diesem tiefern Einsinken hinderten. Die Nervenelemente würden eben dann trotz Annäherung des stärksten Magnets ungestört und mithin unerregt bleiben. Wir können dies in der Sprache der Mechanik auch so ausdrücken: die anziehende Kraft wird nicht Ursache einer Empfindung, wenn sie nicht „Arbeit“ leistet. Der Gegenstand der Wahrnehmung ist also auch bei diesem Vorgange die Lageänderung, des Eisenstückes nicht die Aenderung einer anziehenden Kraft.

Wenn wir nun untersuchen wollen, wie die Kategorien von Ursache und Wirkung in der Welt der Erscheinungen anzuwenden sind, die wir auf Bewegungen von Massen zurückgeführt haben, deren jede zwar ihren Ort im Raume hat, aber keinen Raum erfüllt, so dürfen wir natürlich nicht von zusammengesetzten Erscheinungen ausgehen, bei welchen an zahllosen Massen ihre Zustände sich in verschiedenster Weise nach einander verändern. Gerade durch diesen Missbrauch ist die Mehrdeutigkeit der Worte entstanden. Von dieser unmittelbaren Anwendung des

Begriffes der Kausalität auf solche verwickelte Erscheinungen rührt es her, dass der eine von Dingen, als von Ursachen und Wirkungen spricht, der andere von Kräften u. s. w. Wie kann man erwarten, dass sich Stammbegriffe unseres Erkenntnissvermögens direct anwenden lassen auf verwickelte Erscheinungskomplexe, in denen tausenderlei gleichzeitig neben einander und nach einander geschehende Veränderungen der verschiedensten Art enthalten sind. Selbst Kant macht sich dieses Missbrauches im höchsten Maasse schuldig, So spricht er einmal*) von dem Vorgange der Erwärmung eines Zimmers durch einen Ofen und nennt den Ofen die Ursache der Zimmerwärme. Welche unübersehbare Fülle einzelner Verursachungen und Successionen von Erscheinungen liegt aber in diesem Vorgange! Wie viele Millionen einfacher Dinge sind dabei betheiligt. In der That, mag man auch die atomistische Anschauung von der Konstitution der Materie verwerfen, so wird man doch nicht die ganze Luftmasse des Zimmers als ein Ding ansehen und etwa sagen können, sein Zustand (seine Temperatur) werde durch eine Ursache verändert. Sehen wir doch ganz grobsinnlich verschiedene Theile dieser Luftmasse gleichzeitig in ganz verschiedenen Zuständen, das Wort Zustand mögen wir in engerer oder weiterer Bedeutung nehmen. Wir sehen die einen Lufttheilchen am Ofen aufsteigen, andere ruhen, andere sich senken, die einen sind wärmer, die andern kälter. Wie kann also da von einer Ursache und einer Wirkung die Rede sein. Wir haben es vielmehr zu thun mit unendlich vielen Ursachen und Wirkungen, die sich bald unterstützen, bald hemmen. Kurz, es ist dies ein Vorgang, an welchem man sich einen Stammbegriff unseres Verstandes durchaus nicht klar machen kann.

Unsere nächste Aufgabe wird es sein, uns den Begriff eines einfachen Ereignisses zu verschaffen, an welchem klar hervortreten wird, was Ursache und Wirkung ist. Als Element aller verwickelten Erscheinungen oder als einfaches Ereigniss werden

*) Kritik der reinen Vernunft. Ausgabe von Rosenkranz S. 171.

wir erstlich eine Veränderung an einem einzelnen Dinge ins Auge zu fassen haben und zweitens dürfen wir diese Veränderung nur während eines solchen Zeitraumes betrachten, dass der im Anfange des Zeitraumes stattgehabte Theil der Veränderung auf den weitem Verlauf in demselben noch keinen merklichen Einfluss hat. Wir dürfen mit einem Worte nur so lange die Veränderung oder das Ereigniss als elementar betrachten, wie es gleichmässig fortgeht. Im Allgemeinen ist dies mit der an einem Dinge zu beobachtenden Veränderung allemal nur während eines unendlich kleinen Zeitraumes der Fall, während dessen, was man in der Sprache der Mathematik ein Zeitdifferential nennt. Während eines solchen unendlich kleinen Zeittheilchens bewegt sich nun offenbar eine einfache Masse in gerader Richtung durch eine unendlich kleine Strecke. Wären keine andre Massen in der Welt, so würde unsre Masse auch im folgenden Zeittheilchen und so fort in infinitum in gleicher Richtung mit derselben Geschwindigkeit weiter gehen. Wenn aber andre wirksame Massen mit der gedachten in Wechselwirkung stehen, von denen sie bei der Bewegung in dem betrachteten Zeitelemente ihren Abstand ändert, so ändert sie auch ihre Geschwindigkeit. Es soll hier nicht erörtert werden, ob dies eine Erkenntniss a priori ist, denn der gegenwärtige besondere Satz ist noch nicht ohne weitere Deduktion im allgemeinen Satze von der gegenseitigen Einwirkung der Dinge aufeinander enthalten. Jedesfalls ist der Satz der Erfahrung gemäss. Kant scheint der Ansicht gewesen zu sein, dass er eine Erkenntniss a priori ist. Ich will nicht unterlassen, eine sehr merkwürdige Stelle anzuführen aus einem seiner Werke, das nicht nur wenig studirt wird — wie alle seine Werke — sondern das auch wenig genannt wird. In der oben schon citirten Schrift: *Principiorum primorum cognitionis metaphysicae etc.* (Rosenkranzsche Ausgabe Bd. I. S. 36) heisst es nämlich: *Nulla substantiis accidere potest mutatio, nisi quatenus cum aliis connexae sunt, quarum dependentia reciproca mutuum status mutationem determinat. Hinc substantia simplex omni nexu externo exempta sibi-*

que adeo solitario relictæ, per se plane est immutabilis. Porro, nexu etiam cum aliis complexa, si hæc relatio non mutatur, nulla etiam interni status in ipsa contingere potest permutatio. In mundo itaque motus omnis experte (quippe motus est nexus permutati phaenomenon) nihil reperietur omnino successionis etiam in interno substantiarum statu.

Wir wollen uns jetzt zunächst den einfachsten denkbaren Fall insbesondere vorstellen. Wir wollen annehmen, es wären nur zwei Massen vorhanden. In einem gewissen Augenblicke befinden sie sich an zwei bestimmten Orten. Wollen wir nun bloß untersuchen, was sich an der einen — sie sei mit A bezeichnet — während des auf den gedachten Augenblick folgenden Zeitelementes ereignet, so haben wir nur ihre Bewegungsrichtung und ihre Geschwindigkeit in Betracht zu ziehen. Für die andre, die wir mit B bezeichnen wollen, brauchen wir bloß den Ort im betrachteten Augenblicke zu kennen. Ist jetzt die Bewegungsrichtung von A derart, daß sich während des betrachteten Zeitelementes A von B entfernt, so können nach den durch die Erfahrung bewährten allgemeinsten Grundsätzen der Mechanik zwei Fälle eintreten, und es können wohl auch überall nur die zwei Fälle gedacht werden. Entweder die Geschwindigkeit von A wird vergrößert oder verkleinert dadurch, daß A von B weiter weggeht. Bekanntlich sagt man im ersten Falle, es findet zwischen A und B Abstossung statt, im andern Falle Anziehung. Da ich diese Ausdrücke im weiteren Verlaufe dieser Untersuchung aus später einleuchtenden Gründen vermeiden möchte, so will ich im ersten Falle sagen: die Massen wirken negativ; im zweiten: sie wirken positiv aufeinander. Selbstverständlich wird A umgekehrt beschleunigt bei positiver und verzögert bei negativer Wirksamkeit, wenn die Bewegung so gerichtet ist, daß sich A dem Orte von B nähert. Ist die Bewegungsrichtung von A senkrecht zur Verbindungslinie von A und B, so daß im nächsten Zeitelemente weder eine merkliche Annäherung noch eine merkliche Entfernung vom Orte der Masse B stattfindet, dann findet auch keine

merkliche Aenderung der Geschwindigkeit von A statt, denn es hat alsdann keine Aenderung der Beziehung stattgefunden.

Betrachten wir jetzt die Masse A in gleichzeitiger Beziehung zu mehreren anderen Massen B, C, D etc., deren jede im betrachteten Augenblicke sich an einem bestimmten Orte befindet. Es können darunter solche sein, die positiv, und solche, die negativ auf A einwirken. Die Veränderung der Geschwindigkeit von A im betrachteten Zeitelemente setzt sich alsdann als algebraische Summe zusammen aus den Veränderungen, welche statthaben würden, wenn jede der Massen B, C, D etc. allein an ihrem Orte vorhanden wäre. Die Beschleunigungen, welche herrühren entweder von Annäherung an positiv wirksame oder von Entfernung von negativ wirksamen Massen gehen mit dem $+$ Zeichen, die Verzögerungen, herrührend entweder von Annäherung an negativ oder von Entfernung von positiv wirksamen Massen gehen mit dem $-$ Zeichen in die Summe ein. Wie gross die einzelnen Posten der Summen zu nehmen sind, hängt natürlich von den individuellen Verhältnissen im gegebenen Falle ab. Z. B. der Summand, welcher herrührt von der Wechselwirkung zwischen A und einer beliebig herausgegriffenen Masse M, kann in seiner Grösse denkbarerweise beeinflusst werden von folgenden Umständen: Erstens wie alle übrigen von der Masse und Geschwindigkeit von A; zweitens davon, wie die Bewegungsrichtung von A zur Verbindungslinie zwischen A und M liegt, und um wie viel daher die im betrachteten Zeitelemente von A zurückgelegte Wegstrecke den Abstand zwischen A und M verändert. Endlich hängt die Grösse des fraglichen Summanden von der Natur und dem Maasse der Wirksamkeit zwischen A und M ab. Diese müssen für jedes Paar von Massen in der Welt empirisch bestimmt werden. Ebenso können nur durch Erfahrung die Gesetze festgestellt werden, nach welchen die Beschleunigungen oder Verzögerungen von den einzelnen aufgezählten Grössen abhängen.

So viel geht aus der vorstehenden allgemeinen Betrachtung mit Sicherheit hervor. An einer einfachen Masse A geschehen in einem unendlich kleinen Zeittheilchen nur zwei Veränderungen,

nämlich eine Veränderung ihres Ortes im Raume und eine Veränderung ihrer Geschwindigkeit. Die letztere Veränderung aber geht nur vor, sofern die Veränderung des Ortes eine Veränderung der räumlichen Beziehung von A zu den Orten der übrigen mit A in Wechselwirkung befindlichen Massen in sich schliesst. Da also die Aenderung der Geschwindigkeit durch die Aenderungen der räumlichen Beziehungen zu anderen Massen bedingt ist; da aber diese letztere durch nichts bedingt, vielmehr selbst nur eine Erscheinungsweise des inneren Zustandes von A ist, so ist die Veränderung in den Beziehungen von A zu den anderen Massen die Ursache, die dadurch bedingte Aenderung der Geschwindigkeit die Wirkung.

Sollte nicht in der That dies die einzige Definition sein, welche der eigentlichen, mehr oder weniger deutlich bewussten Intention des Sprachgebrauches vollständig Genüge thut. Wer von „Wirkung“ spricht, meint gewiss stets eine Veränderung an einer Substanz, welche mindestens eine andere, eben auf jene wirkende Substanz zur Voraussetzung hat, und dies ist nur bei der Geschwindigkeitsveränderung der Fall, denn die Ortsveränderung einer Substanz würde auch ohne Gegenwart einer anderen wirkenden Substanz statthaben.

Andererseits könnte man auch noch, wenn das nicht als blosses Spielen mit Worten beanstandet wird, in dem deutschen Worte Ursache eine Andeutung im Sinne unserer Definition finden. Das Wort scheint in seiner gegenwärtigen Form eben eine Ur—sache, d. h. ein Etwas zu bezeichnen, das nicht bewirkt, das ursprünglich durch sich selbst ist. Ob diese scheinbare Bedeutung des Wortes sich etymologisch rechtfertigt, mag dahin gestellt bleiben. Es kommt uns hier nur darauf an, was der Sprechende beim Worte Ursache gegenwärtig fühlt, ob in richtigem oder falschem Verständnisse der Etymologie ist für uns gleichgültig. Eine solche Ur—sache, d. h. eine durch sich selbst geschehende, nicht bewirkte Veränderung ist aber die Ortsveränderung, d. h. eben jede „Ursache“ im Sinne unserer Definition.

Einen andern sprachlichen Wink könnte man auch noch darin finden, dass im Deutschen der eine Ursache ausdrückende Satz mit „weil“ eingeleitet wird, welches Wort bekanntlich mit „während“ gleichbedeutend ist und ausdrückt, dass das im Nebensatze Angegebene mit dem im Hauptsatze Angegebenen gleichzeitig geschehe. Unsere Definition rechtfertigt die Verwendung dieser Partikel zur Bezeichnung des kausalen Verhältnisses, sofern eben nach unserer Definition Ursache und Wirkung durchaus gleichzeitig sind. Wäre, wie so viele Philosophen behauptet haben, die Wirkung zeitlich nach der Ursache, so würde sich zur Einleitung eines Kausalsatzes weit besser eine Konjunktion eignen, deren Bedeutung „nachdem“ wäre. Soviel ich weiss, verwendet keine Sprache eine Konjunktion von dieser ursprünglichen Bedeutung zur Bezeichnung des Kausalverhältnisses.

Mit unserer Definition besteht auch das alte philosophische Sprichwort: „cessante causa cessat effectus“, denn nach ihr dauert die Wirkung, die Geschwindigkeitsänderung, genau nur so lange, als die Ursache, die Aenderung der Beziehung zu den wirkenden Substanzen dauert. Wäre der Kausalnexus zeitliche Succession, so müsste das Sprichwort genau umgekehrt lauten: cessante causa incipit effectus.

Es besteht nun jeder Vorgang in der äusseren Natur, mag er einfach oder complicirt sein, — die Blutbewegung im höchsten Organismus nicht minder wie die einfache Bewegung eines Planeten um die Sonne — es besteht ausnahmslos jeder Vorgang in der äusseren Natur ganz ausschliesslich aus gleichzeitigen und aufeinanderfolgenden Elementarvorgängen der beschriebenen Art. Bei keinem Vorgange der ganzen materiellen Welt, sofern sie von uns als solche vorgestellt wird, geschieht etwas anderes, als dass in den aufeinanderfolgenden Zeittheilchen verschiedene einfache Massen ihre gegenseitigen Entfernungen, und in Folge davon ihre Geschwindigkeiten ändern. Die Bedeutung, welche wir den Worten „Ursache“ und „Wirkung“ gegeben haben, erschöpft daher die Sphäre dieser Begriffe ganz vollständig,

sofern sie im Bereiche der äusseren Natur als eigentlich elementare Kategorien gebraucht werden sollen.

Der Kausalnexus ist nach unserer Untersuchung nur das Bedingtsein der Geschwindigkeitsänderungen durch die gleichzeitigen Lagenänderungen der Massen. Er verknüpft also nicht aufeinanderfolgende Ereignisse, sondern nur die beiden Seiten eines und desselben Ereignisses. Der Grund, warum ein Ereigniss auf das andere folgt, beruht auf einem ganz anderen Principe, als dem der Kausalität. In der That würden ja die Ortsveränderungen der einfachen Massen fortfahren zu geschehen, wenn auch in einem bestimmten Zeitaugenblicke alle Wechselwirkung der Massen und damit des Kausalnexus aufhörte. Freilich würde in diesem Falle jede Masse in der Richtung und Geschwindigkeit, welche sie in jenem Augenblicke besass, in infinitum weiter gehen, dies wäre aber doch eben immerhin ein kontinuierlich fortlaufendes Geschehen, in welchem jedes Moment seinen zureichenden Grund hat. Es wäre auch an sich nichts dagegen einzuwenden, wenn Jemand die Regel, nach welcher hier die Ortsveränderungen der Dinge aufeinander folgen, mit dem Worte Kausalnexus bezeichnen wollte, denn wer einen Begriff scharf definirt, hat das Recht, ihn willkürlich zu bezeichnen. Nur müsste, wer dies thun will, dann noch ein anderes Wort bereit haben zur Bezeichnung der Regel, welche, wie wir gesehen haben, bei der in Wirklichkeit stattfindenden Wechselwirkung der Substanzen an jede Ortsveränderung einer Substanz eine Zustandsveränderung (Geschwindigkeitsänderung) derselben mit Nothwendigkeit knüpft, welche Regel der Verknüpfung wir hier als Kausalnexus definirt haben.

Jene Regel des Aufeinanderfolgens der Ortsveränderungen, welche auch dann noch gültig bliebe, wenn die Wechselwirkung der Substanzen aufeinander aufhörte, könnte noch besonders mit dem Worte „Kausalnexus“ passend bezeichnet scheinen, weil auch sie stets zu einer Frage „warum?“ Veranlassung giebt, die,

wofern sie richtig gestellt ist, jederzeit mit einem „weil“ bestimmt beantwortet werden kann. Man kann z. B. fragen, warum hat sich die Masse M während eines bestimmten kleinen Zeitabschnittes durch die gerade Strecke $a\ b$ bewegt? Hierauf lautet die Antwort, weil die Masse M sich während dieses Zeitabschnittes in einem gewissen Zustand befand, d. h. eine gewisse Geschwindigkeit in der Richtung $a\ b$ besass. Es ist vielleicht gut hier ausdrücklich dem Einwande zu begegnen, die ausgesprochenen Sätze wären rein tautologisch, die Geschwindigkeit sei ja eben das sich Bewegen von a nach b . Das ist nicht der Fall. Die Geschwindigkeit ist offenbar eine innere Bestimmung des Körpers, die so lange unverändert bleibt, als nicht äussere Einwirkungen stattfinden. In der That, der sich selbst überlassene Körper bewegt sich ja nicht blos von a nach b , sondern sofort weiter, vermöge dieser inneren Bestimmung. Die Bewegung ist eben von der inneren Bestimmung verschieden, sie ist die Form, unter welcher uns dieselbe erscheint. Der Zustand der Masse ist der zureichende Grund seiner Bewegung durch die bestimmte Linienstrecke in dem bestimmten Zeitabschnitte. Wollte man nun Alles, was richtig in einem Satze mit „weil“ auf eine Frage „warum?“ geantwortet werden kann „Ursache“ nennen, dann wäre allerdings der Zustand eines Körpers — seine Geschwindigkeit — die Ursache seiner Bewegungen zu nennen. Absurd wäre natürlich diese Beziehung nicht, so wenig wie irgend eine Bezeichnung für eine wohl definirte Sache, dass sie aber mit dem Sprachgebrauche nicht im Einklang ist, zeigt sich besonders augenfällig, sowie wir in unserm Beispiel der Ursache ihr Korrelat die „Wirkung“ an die Seite stellen. Wir müssten nämlich die Bewegung der Masse M durch die Strecke als die „Wirkung“ ihrer Geschwindigkeit nennen. Nun setzt eine „Wirkung“ im Sinne des allgemeinen Sprachgebrauches wie schon mehrfach hervorgehoben wurde stets die Einwirkung anderer Substanzen voraus, die Ortsveränderung der Masse M folgt aber aus ihrem jeweiligen Zustande ohne die Einwirkung anderer Massen oder ist vielmehr wie gesagt die

Erscheinungsform ihres Zustandes. Man ist also mit dem Sprachgebrauch in Widerspruch, wenn man die Ortsveränderung Wirkung des Zustandes, mithin auch wenn man den Zustand Ursache der Ortsveränderung nennen wollte. *Ursache*

Wir sind hier bei einer Unterscheidung angelangt, um welche sich hauptsächlich die schon mehrfach angeführte, tiefsinnige kleine Schrift Schopenhauers dreht und die wohl nie bis dahin so scharf durchgeführt worden war. Man hatte schon früher allerdings darauf aufmerksam gemacht, dass die Frage warum? keineswegs immer nach der „Ursache“ geht, sondern nach dem „Grunde“, welches ein allgemeinerer umfassenderer Begriff ist. Man hatte insbesondere bemerkt, dass man mit warum auch nach dem Erkenntnisgrunde fragt, der nicht mit der realen Ursache verwechselt werden darf. Das aber ist, so viel ich sehe, erst von Schopenhauer bemerkt worden, dass es ausser der Ursache oder wie wie man öfters auch sagt, dem Realgrunde und dem Erkenntnisgrunde noch eine Art des Grundes giebt, nach welcher gleichfalls mit „warum?“ gefragt wird, nämlich der „Seinsgrund“ — „ratio sufficiens essendi“ — wie ihn Schopenhauer nennt. Ein Beispiel mit seinen eigenen Worten wird die Sache am besten erläutern „Wenn ich frage: Warum sind in diesem Triangel die drei Seiten gleich?“ so ist die Antwort: „weil die drei Winkel gleich sind.“ Ist nun die Gleichheit der Winkel Ursache der Gleichheit der Seiten? Nein, denn hier ist von keiner Veränderung, also von keiner Wirkung, die eine Ursache haben müsste, die Rede. — Ist sie bloss Erkenntnisgrund? Nein, denn die Gleichheit der Winkel ist nicht bloss Beweiss der Gleichheit der Seiten, nicht bloss Grund eines Urtheils; aus blossen Begriffen ist ja nimmermehr einzusehen, dass, weil die Winkel gleich sind, auch die Seiten gleich sein müssen, denn im Begriff von Gleichheit der Winkel liegt nicht der von Gleichheit der Seiten. Es ist hier also keine Verbindung zwischen Begriffen oder Urtheilen, sondern zwischen Seiten und Winkeln. Die Gleichheit der Winkel ist nicht unmittelbar Grund der Erkenntnis der Gleich

heit der Seiten, sondern nur mittelbar, indem sie Grund des So—seins hier des Gleichseins der Seiten ist: Es findet sich hier eine nothwendige Verbindung zwischen Winkeln und Seiten, nicht unmittelbar eine nothwendige Verbindung zweier Urtheile.“ Diese von Schopenhauer zuerst scharf abgegrenzte Art des zureichenden Grundes — mag man sie nun nennen wie man immer will — ist es, mit der wir es in unserm Falle zu thun haben

Wenn nun auch, wie wir gesehen haben, der zeitliche Ablauf der Ereignisse nicht an sich durch den Kausalnexus bedingt ist, so greift dieser doch in denselben ein, denn es ist leicht ersichtlich, dass in einem folgenden Zeittheilchen etwas ganz anderes geschieht, wenn im Vorhergehenden durch die Wirkung von Ursachen die Geschwindigkeiten der einzelnen Massen verändert sind, als wenn dies nicht geschehen wäre. So entsteht also der nothwendige Ablauf der Erscheinungen in der Wirklichkeit durch das beständige Ineinandergreifen zweier Regeln: „Weil die Massen in diesem Augenblicke diese bestimmten Geschwindigkeiten haben, ändern sie ihre Beziehungen in diesem bestimmten Maasse und weil sie ihre Beziehungen in diesem bestimmten Maasse ändern, so ändern sie während desselben Zeitabschnittes ihre Geschwindigkeiten in bestimmtem Maasse.“ Für den folgenden unendlich kleinen Zeitabschnitt ist dann mit den geänderten Werthen der Geschwindigkeiten zu beginnen und dieselben beiden Folgerungen zu ziehen. Die successive Anwendung der beiden Regeln ergiebt für jedes Ding in der äussern Welt seinen Ort und seine Geschwindigkeit für jeden Zeitaugenblick in unbegrenzte Zukunft, wenn die Orte und Geschwindigkeiten für einen willkürlich gewählten Anfangsaugenblick gegeben sind.

Hier wäre nun der Ort die Frage zu behandeln, ob es überhaupt zulässig ist, die Kategorieen Ursache und Wirkung auch auf zusammengesetzte, nicht elementare einfache Ereignisse anzuwenden und in welcher Weise. Es versteht sich von selbst, dass zu diesem Zwecke eine Erweiterung der Bedeutung dieser Begriffe stattfinden müsste, denn in den Grenzen der Definition,

die wir hier gegeben haben, kann von einer Anwendung auf zusammengesetzte Ereignisse nicht mehr die Rede sein. Da ich indessen in dieser Richtung keine geeigneten Vorschläge zu machen weiss, so will ich die ganze Sache unerörtert lassen.

III. Mathematische Formulirung.

Die im ersten Theile entwickelten Begriffe von Ursache und Wirkung können zu einer neuen metaphysischen Grundlegung der Mechanik benutzt werden, welche die Vorstellung der Kraft entbehrlich macht. Diese Vorstellung ist in der That eine sehr dunkle, denn sie schliesst, abgesehen von der weiter oben schon bezeichneten Dunkelheit immer — man mag sich drehen und wenden wie man will — den Gedanken ein, ein Körper wisse gleichsam, wo der andere, der ihn anzieht oder abstösst, sich befindet, da er in der Richtung nach ihm hin, oder von ihm fort strebt, wenn wir die gangbare Vorstellung von Kräften zu Grunde legen. Dieser wunderliche Gedanke bleibt nun fern aus der Grundlegung der Mechanik, die hier vorgeschlagen werden soll. Das einzige Unbegreifliche, das sie noch enthält — und ein Unbegreifliches muss beim Zurückgehen zu den letzten Gründen bleiben — besteht in der Annahme, dass ein Körper gleichsam ein Gefühl davon hat, um wie viel sich seine Beziehung zu einem andern, mit dem er in Wechselwirkung steht, ändert. Diese Annahme hat aber weniger Anstössiges als die Annahme von Kräften. Diese Annahme ist ja vielmehr, wie wir in den einleitenden Betrachtungen sahen, das erste Princip a priori der Erfahrung.

Unsere Lehre von Ursache und Wirkung zur Grundlegung der Mechanik brauchen, heisst nichts Anderes, als zwei mathematische Grössen definiren, von welchen die eine das Maass

der Beziehung zweier Dinge, die andere das Maass des Zustandes eines Dinges darstellt, und dann eine Annahme darüber machen, wie die Aenderung der einen Grösse von der Aenderung der anderen mathematisch abhängt. Selbstverständlich müssen diese Definitionen und Annahmen so gewählt werden, dass, wenn wir sie in Formeln übersetzen, schliesslich die bekannten Grundgleichungen der Mechanik herauskommen, denn diese sind empirisch erwiesen, also „wahre“ Beziehungen zwischen der Zeit und den Koordinaten einer bewegten Masse. Eine Theorie oder eine metaphysische Grundvorstellung, die ihnen widerspräche, wäre einfach als erfahrungswidrig zu verwerfen.

Man kann die Sache daher auch so ansehen, unter den verschiedenen an sich möglichen Definitionen und Hilfsannahmen, welche zum Zwecke der mathematischen Formulirung unserer Grundvorstellung gemacht werden können, sind diejenigen auszuwählen, die mit der Erfahrung übereinstimmen. Wir werden sehen, dass es zugleich die einfachst möglichen und von vornherein wahrscheinlichsten sind.

Die mathematische Grösse, welche als Maass des Zustandes einer Masse gelten sollen, muss offenbar eine Funktion seiner Geschwindigkeit sein. Versuchen wir es also mit der einfachsten Annahme, indem wir den Zustand durch die Geschwindigkeit selbst geradezu messen. Die Beziehung zwischen zwei Massen als mathematische Grösse muss Function der Entfernung derselben von einander sein. Jedoch wird sich keineswegs die Annahme empfehlen, welche die einfachste scheinen könnte, dass wir als Maass der Beziehung geradezu den Abstand nehmen. Thäten wir dies, so müssten wir sagen: Die Beziehung zweier Massen ist um so grösser (intensiver, inniger), je grösser ihr Abstand von einander ist. Ein Satz, der nicht wohl das ausdrücken dürfte, was man ausdrücken will. Man wird vielmehr geneigt sein zu sagen: Die Beziehung zweier Massen ist um so grösser (intensiver, inniger), je näher sie aneinander sind. Das Wort „Beziehung“ würde weit eher gleichbedeutend sein mit Nähe als

mit Entfernung. Das Wort „Nähe“ bezeichnet nun freilich im gewöhnlichen Sprachgebrauche noch keine ganz bestimmte mathematische Grösse, aber doch im Allgemeinen jedenfalls eine solche, die mit wachsender Entfernung abnimmt; die insbesondere für den Abstand „Null“ unendlich gross, für den Abstand „Unendlich“ null wird. Wir können also etwa als Maass der Beziehung den reciproken Werth irgend einer Potenz der Entfernung annehmen. Jedoch soll hierüber einstweilen keine bestimmte Annahme gemacht werden. Wir wollen vielmehr die Beschaffenheit der Funktion bis auf die angegebenen Eigenschaften noch ganz im Zweifel lassen. In der That könnte es ja auch sein, dass die Beziehungen zwischen verschiedenen Massenpaaren durch verschiedene Funktionen ihres Abstandes auszudrücken seien. Es ist noch zu bemerken, dass der Natur der Sache nach die Beziehung und der Zustand stets positive reelle Grössen sind.

Was nun die Annahme über die mathematische Abhängigkeit der Zustandsänderung von der Beziehungsänderung betrifft, so dürfte die einfachste folgende sein: Wenn ein Ding seine Beziehung zu einem anderen durch seine Bewegung um eine unendlich kleine Grösse ändert; so ändert sich sein Zustand in demselben Zeitelement um eine Grösse, welche der Aenderung der Beziehung und der Masse des anderen Dinges direkt, ihrem schon bestehenden Zustande verkehrt proportional ist. Dass wir bei der Berechnung der Geschwindigkeitsänderung eines Dinges bloss auf die Beziehungsänderungen Rücksicht nehmen dürfen, welche durch seine Bewegung bedingt sind, ergibt sich a priori daraus, dass die Ursache da sein muss, wo die Wirkung ist.

Den einen Theil unseres Satzes, dass die Zustandsänderung einer Masse A ceteris paribus der Masse des andern Dinges B proportional ist, von deren Einwirkung die Zustandsänderung herrührt, wird von jedem als selbstverständlich zugegeben werden. Ist ja doch die Masse das Maass der Realität, d. h. der Wirklichkeit oder Wirksamkeit. Oder man könnte ihn auch

so der Anschauung näher bringen. Vergleichen wir zwei Fälle, in deren einem die Masse B doppelt so gross ist als im anderen; so könnten wir uns in jenem auch zwei Massen derselben Art an demselben Orte denken, von welchen also zweimal die Wirkung ausgeübt wird. Uebrigens hat dies Princip in der jetzt üblichen metaphysischen Grundlegung der Mechanik ebenfalls Geltung. Es mag nun noch einmal hervorgehoben werden, dass wir bei unserer Grundlegung gänzlich den dunkeln Begriff der Kräfte vermeiden. Wir denken nicht, wie die bisher übliche Darstellung der Mechanik thut, daran, dass die Masse A, deren Geschwindigkeitsänderung wir suchen einen geheimnissvollen Zug oder Druck von der Masse B erleide. Wir schauen vielmehr die Masse A in ihrer Bewegung an, und diese Anschauung ergiebt uns unmittelbar, dass sie ihre Beziehung zu B ändern muss, und mit dieser Beziehungsänderung denken wir uns eine Zustandsänderung in A nach einer bestimmten Regel verknüpft, weil die Masse B für die Masse A wirklich — wirksam — ist.

Ob die Aenderung des Zustandes eine Vergrösserung oder Verkleinerung ist, d. h. ob sie mit dem $+$ oder $-$ Zeichen in die Rechnung einzuführen ist, hängt von der besonderen Art der Wechselwirkung des in Betracht gezogenen Massenpaares ab. Wir wollen es wie schon oben geschehen eine positive Wechselwirkung nennen, wenn die eine Masse, indem sie sich der anderen nähert, ihre Geschwindigkeit vergrössert, und den umgekehrten Fall wollen wir als negative Wechselwirkung bezeichnen.

Der zweite Theil unseres Satzes enthält die Annahme, dass ein Zustand um so schwerer zu ändern ist, je intensiver er ist. Diese Annahme ist gewiss an sich ansprechend und findet eine merkwürdige Analogie in dem neuerdings von Fechner begründeten psychophysischen Grundgesetze, das sich ja ebenfalls auf die Aenderungen der Zustände von Dingen bezieht, sofern sie als Empfindungen innerlich wahrgenommen werden.

Die aufgestellte Annahme formulirt sich nun leicht in mathematischer Zeichensprache folgendermassen: Wir betrachten ein

vollständig unabhängiges System von Massen m_1, m_2, m_3 etc. bis m_n , die aufeinander wirken, am Ende der Zeit t . Es seien in diesem Augenblicke die Geschwindigkeiten der Massen respektive v_1, v_2, v_3 etc. und die Entfernungen zwischen den Massen m_1 und m_2 $r_{1,2}$, zwischen m_1 und m_3 $r_{1,3}$ u. s. w. folglich die Beziehungen zwischen den Massen m_1 und m_2 $f(r_{1,2})$ zwischen den Massen m_1 und m_3 $f(r_{1,3})$ u. s. w. Die Charakteristik f bedeutet hierbei nur insofern immer dieselbe Funktion, als die Massen m_1, m_2 etc. alle derselben Gattung angehören. Fassen wir jetzt die Masse m_p in's Auge und untersuchen wir, welche Aenderungen mit ihr während des auf dem gedachten Augenblick folgenden Zeitdifferentials dt vorgehen. Durch die eigene Bewegung der Masse m_p ändert sich während der Zeit dt ihre Beziehung zu m_q um die Grösse $\frac{df(r_{p,q})}{dr_{p,q}} \cdot \frac{d_p r_{p,q}}{dt} dt$, wenn wir durch den Index p am Differentialzeichen andeuten, dass bei der Differentiation von $r_{p,q}$ bloss die während der Zeit dt erfolgende Aenderung der Koordinaten von m_p in Betracht gezogen werden soll. Die Masse m_p erleidet also nach dem hypothetisch aufgestellten Grundsatz im Zeitdifferential dt vermöge der Einwirkung von m_q eine Geschwindigkeitsänderung

$$\frac{m_q \frac{df(r_{p,q})}{dr_{p,q}} \cdot \frac{d_p r_{p,q}}{dt} dt}{v_p}.$$

Die Geschwindigkeitsänderungen, welche m_p im selben Zeitdifferential erleidet vermöge der übrigen Massen m_1, m_2 etc., lassen sich durch analog gebildete Ausdrücke darstellen; die totale Geschwindigkeitsänderung, die mit $d v_p$ zu bezeichnen ist, wird also die Summe aller analog gebildeten Ausdrücke sein und wenn wir noch beide Seiten der Gleichung mit dem rechts allen Gliedern gemeinsamen Nenner v multipliciren, haben wir die Gleichung

$$1) \dots \dots \dots v_p d v_p = \sum_{q=1}^{q=n} \left[m_q \frac{df(r_{p,q})}{dr_{p,q}} \cdot \frac{d_p r_{p,q}}{t} dt \right]$$

In der Summe fehlt natürlich das Glied, welches $q = p$ entspricht, so dass sie im Ganzen aus $n-1$ Gliedern besteht.

Wenn man bedenkt, dass $v_p \, d \, v_p = \frac{1}{2} \, d \, (v_p^2)$ und dass

$$\frac{d_p \, r_{p,q}}{dt} = \frac{d \, r_{p,q}}{dx_p} \frac{dx_p}{dt} + \frac{d \, r_{p,q}}{dy_p} \frac{dy_p}{dt} + \frac{d \, r_{p,q}}{dz_p} \frac{dz_p}{dt}$$

ist, so kann man die Gleichung (1) umformen in

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{d^2 x_p}{dt^2} \, dx_p + \frac{d^2 y_p}{dt^2} \, dy_p + \frac{d^2 z_p}{dt^2} \, dz_p = \\ & \Sigma \left[m_q \frac{df(r_{p,q})}{dx_p} \, dx_p + m_q \frac{df(r_{p,q})}{dy_p} \, dy_p + m_q \frac{df(r_{p,q})}{dz_p} \, dz_p \right] \end{aligned}$$

Solcher Gleichungen lassen sich n bilden, wenn man nacheinander dem Index p die möglichen Werthe $1, 2, \dots, n$ beilegt. Durch diese n Gleichungen sind nun blos n mathematische Beziehungen hergestellt zwischen $3n + 1$ Variablen, denn es kommen in den Gleichungen ausser der Zeit t noch die $3n$ Koordinaten der Punkte $m_1, m_2, \dots, m_n$ vor. Sollen diese letzteren sämtlich bestimmte Funktionen der Zeit sein, so kann man offenbar noch $2n$ Beziehungen zwischen ihnen willkürlich festsetzen. Das heisst mit anderen Worten, man kann die Bewegung der n Punkte der Bedingung unterwerfen, dass jeder sich auf einer bestimmten Kurve bewegt, ohne dass dadurch die Bewegung unmöglich würde.

Die n Gleichungen von der Form (2) enthalten aber auch für sich schon die vollständige Bestimmung der Bewegung der Massen $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ in dem Falle, wo die Bewegungen alle vollständig frei sind, d. h. wo keine sonstige Beziehung zwischen den Koordinaten der Massen festgesetzt ist. Wenn nämlich eine Gleichung wie (2) gelten soll für jede beliebige Beziehung zwischen dx_p, dy_p, dz_p d. h. für jede beliebige Richtung der Bewegung, dann zerfällt sie in 3 Gleichungen, sofern dann eben die mit dx_p, dy_p, dz_p multiplicirten Glieder beiderseits

einzelnen einander gleich sein müssen, die Gleichung (2) insbesondere zerfällt also in drei Gleichungen

$$3) \frac{d^2 x_p}{dt^2} = \sum \left[m_q \frac{df(r_{p,q})}{dx_p} \right]; \quad \frac{d^2 y_p}{dt^2} = \sum \left[m_q \frac{df(r_{p,q})}{dy_p} \right];$$

$$\frac{d^2 z_p}{dt^2} = \sum \left[m_q \frac{df(r_{p,q})}{dz_p} \right]$$

In diesen drei Gleichungen erkennt man sofort die bekannten Grundgleichungen der Mechanik. Die Summen rechter Hand sind nichts anderes, als was man sonst die Komponenten der auf m_p wirkenden beschleunigenden Kraft nennt. Sie erscheinen hier schon durch ihre ursprüngliche Herleitung als die drei Differentialquotienten einer Funktion $\sum [m_q f(r_{p,q})]$ der Koordinaten der Massen. Bei der üblichen Herleitung der mechanischen Grundformeln wird dies für den Fall von Centralkräften besonders erwiesen.

Aus der Gleichung (1) kann man auch sofort die bekannte Gleichung der „lebendigen Kräfte“ ableiten. Wir bilden nämlich die n Gleichungen von der Form (1) für sämtlichen n Massen, multipliciren jede beiderseits mit m_p und addiren sie zusammen, dann erhalten wir links eine Summe von n Gliedern $\frac{1}{2} \sum [m_p d(v_p^2)]$ welche die im Zeitelement dt gewonnenen lebendigen Kräfte darstellt. Rechts erhalten wir eine Summe von $n(n-1)$ Gliedern. Diese Anzahl ist also jedesfalls gerade und wir können die Glieder paarweise zusammenordnen, indem wir allemal das Glied

$$m_p m_q \frac{df(r_{p,q})}{d r_{p,q}} \cdot \frac{d_p r_{p,q}}{dt} dt$$

welches in der die Beschleunigung der Masse m_p darstellenden Summe sich auf die Wirkung der Masse m_q bezieht, verbinden mit dem Gliede

$$m_q m_p \frac{df(r_{p,q})}{d r_{p,q}} \cdot \frac{d_q r_{p,q}}{dt} dt$$

welches in der die Beschleunigung von m_q darstellenden Summe sich auf die Wirkung von der Masse m_p bezieht. Die Summe eines solchen Paares von Gliedern ist.

$$m_p m_q \frac{df(r_{p,q})}{d r_{p,q}} \left[\frac{d_p r_{p,q}}{dt} dt + \frac{d_q r_{p,q}}{dt} dt \right]$$

Da aber offenbar der Ausdruck in der Klammer nichts anders ist als das vollständige Differential von $r_{p,q}$ unter Voraussetzung der Veränderlichkeit aller Koordinaten ($x_p, y_p, z_p, x_q, y_q, z_q$) von denen $r_{p,q}$ abhängt, so kann man die Summe des herausgehobenen Paares von Gliedern so schreiben:

$$m_p m_q \frac{df(r_{p,q})}{d r_{p,q}} d r_{p,q}$$

Wir erhalten also im Ganzen die Gleichung:

$$4) \quad \sum_{p=1}^n \left[m_p d(v_p^2) \right] = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \left[m_p m_q \frac{df(r_{p,q})}{d r_{p,q}} d r_{p,q} \right]$$

Die Doppelsumme rechts besteht aus $\frac{n(n-1)}{2}$ Gliedern und stellt die Summe der in der Zeit dt geleisteten Arbeit, oder nach Helmholtz's Bezeichnungsweise die Summe der verlorenen „Spannkräfte“ dar, wofern die Funktion $f(r_{p,q})$ so gewählt wird, dass $m_p m_q \frac{df(r_{p,q})}{d(r_{p,q})}$ die im Sinne der üblichen Anschauungsweise zwischen den Massen m_p und m_q wirkende Kraft ist.

Einen Vorzug der hier versuchten Grundlegung der Mechanik sehe ich darin, dass hier die Funktion, deren partielle Differentialquotienten die Komponenten der Kraft im Sinne der jetzt geläufigen Darstellungsweise sind, von vornherein mit einer realen Bedeutung erscheint. In der jetzt üblichen Darstellung der Mechanik tritt diese Function als ein blosses mathematisches Hilfs-

mittel erst nachträglich auf. Sie gewinnt aber darin eine so eminente Wichtigkeit, dass man sich immer versucht sehen wird, nach einer realen Bedeutung zu suchen.

Wir haben bisher die Funktion $f(r)$, die wir als die Beziehungsfunktion bezeichnen können, ganz unbestimmt gelassen. Wir können uns aber noch fragen, ob sich nicht doch für irgend eine Form derselben von vornherein Erwägungen geltend machen lassen. Es wurde schon oben gesagt, dass die Grösse oder Intensität der Beziehung zweier Dinge mit ihrem Abstände in einem gegensätzlichen Verhältnisse stehen müsse. Gehen wir von dieser Bemerkung aus, so ist offenbar die einfachste Annahme die, dass die „Beziehung“ oder „Nähe“ einfach im reciproken Werthe der Entfernung ihr Maass finde, dass mit anderen Worten $f(r) = \frac{1}{r}$ ist. Man sieht leicht, dass

diese Annahme den Gleichungen dieselbe Form giebt, welche sie bei der üblichen Darstellungsweise für den Fall annehmen, wo die anziehenden oder abstossenden Kräfte dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional sind. Die Summe $\Sigma [m_q f(r_{p,q})]$ fällt in diesem Falle zusammen mit dem, was Gauss die Potentialfunction im Punkte x_p, y_p, z_p nennt. Wir können also in unserer Darstellungsweise der Potentialfunction eine reale Definition geben, indem wir sagen, sie ist die Summe der Beziehungen einer Masse zu allen darauf wirkenden, wenn diese Beziehungen sämmtlich den reciproken Werthen der Abstände gleich sind.

Ein weiterer Vorzug der hier vorgeschlagenen Grundlegung der Mechanik scheint mir darin zu bestehen, dass in ihr die Grösse $m (\frac{1}{2}v^2)$, resp. ihre Aenderung ursprünglich erscheint und ihre Bedeutung sofort in die Augen springt. Dagegen geht die jetzt übliche Darstellung der Mechanik aus von der Betrachtung der Grösse mv und ihrer Aenderung im Zeitelement, während die Grösse $m (\frac{1}{2}v^2)$ erst durch weitere Umformungen der Gleichungen erscheint, welche den unmittelbaren

mathematischen Ausdruck der metaphysischen Grundanschauung bilden.

Dieser Umstand ist wohl hauptsächlich Schuld gewesen an dem berühmten philosophisch-mathematischen Streite der Cartesianer und Leibnitzianer, der in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts die ersten Köpfe bewegte, in welchem auch Kant als 23jähriger Jüngling zuerst seine Kräfte versucht hat (Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte etc. 1747). Der Streit dreht sich bekanntlich darum, ob das Maass für die Wirkungsfähigkeit eines bewegten Körpers, dessen Masse m und dessen Geschwindigkeit v ist, darzustellen sei durch mv oder durch mv^2 . Im Grunde genommen hat keine der beiden Parteien recht, denn das Maass der Wirkungsfähigkeit des bewegten Körpers ist $m (\frac{1}{2}v^2)$. Diese Behauptung, die als Resultat des Kalküls jedem einleuchtet, wird in der hier entwickelten Betrachtungsweise auch unmittelbar anschaulich, indem wir den Grundsatz an die Spitze stellen, dass ein Zustand um so schwerer zu verändern sei, je grösser er bereits ist. Nach diesem Grundsatz ist nämlich ohne Weiteres anschaulich, dass gleich grossen ursächlichen Beziehungsänderungen keineswegs immer gleich grosse Aenderungen von v resp. mv entsprechen, sondern dass einer solchen eine um so kleinere Aenderung von v entspricht, je grösser v ist, oder dass eine um so grössere ursächliche Veränderung dazu gehört, eine bestimmte gegebene Aenderung von v hervor zu bringen, je grösser v ist. Das Maass des Wirkungselementes ist also nicht dv , sondern $v dv$! oder das Maass für die gleichsam aufgespeicherten Wirkungen ist nicht mv , sondern $m (\frac{1}{2}v^2)$ als die Summe aller der unendlich kleinen $mv dv$, welche nach einander zusammen kommen müssen, um die Geschwindigkeit des Körpers von Null bis zu der betrachteten anwachsen zu machen.

Zum Schluss muss noch auf einige Dunkelheiten aufmerksam gemacht werden, die auch in unserer Darstellungsweise noch zurückbleiben, die aber vielleicht einem Anderen aufzuklären

gelingt. Bei der eigentlich speculativen Grundlegung haben wir die Zustandsänderung lediglich als Geschwindigkeitsänderung definiert, und es genügt dies auch, wie wir sehen, für die mathematische Formulierung des mechanischen Problemes. Gleichwohl könnte verlangt werden, dass noch eine andere bei einer Bewegung zu beobachtende Veränderung von vorn herein in die Betrachtung aufgenommen werde, nämlich die Veränderung der Richtung. Ich bin nicht im Stande, für jetzt dieser Veränderung ihre Stelle in meiner Darstellung schon spekulativ anzuweisen. Jedoch kann ich einige Bemerkungen darüber machen. Eine Richtungsänderung kann nicht wohl zu den ursächlichen Veränderungen in unserem Sinne gezählt werden, denn bei ganz freier Bewegung ändert sich die Richtung nicht von selbst. Andererseits kann aber die Richtungsänderung auch nicht wohl eine durch Ursachen bewirkte Veränderung genannt werden, denn sie kann erfolgen, ohne dass sich die Beziehung des bewegten Dinges zu anderen verändert, z. B. bei der kreisenden Bewegung einer Masse um eine andere. Andererseits ist es ein Erfahrungssatz, dass eine Richtungsveränderung ohne Einwirkung von Kräften im gewöhnlichen Sinne der Mechanik erfolgen kann, dass mit anderen Worten die blosse Richtungsveränderung keine Arbeit kostet. Eine Masse, welche gezwungen ist, sich auf einer krummlinigen Bahn zu bewegen, bewegt sich hier bekanntlich, wofern keine „Kräfte“ darauf wirken mit konstanter Geschwindigkeit, ebenso wie auf geradliniger Bahn. Ich nenne dies einen Erfahrungssatz, obwohl man nie eine solche Bewegung mit constanter Geschwindigkeit auf krummliniger Bahn gesehen hat, weil die Geschwindigkeit um so konstanter wird, je mehr man dafür sorgt, dass die Wirkung von Kräften (insbesondere der sogenannten Widerstände) ausgeschlossen ist.

Ein zweiter dunkler Punkt besteht darin, dass nach unserer Grundannahme ein Ding, wenn es einmal zur Ruhe gekommen ist, nie wieder in Bewegung kommen könnte; denn so wie seine Geschwindigkeit Null wäre, so änderte es seine Beziehungen zu

anderen Dingen durch eigene Bewegung nicht, und folglich ändern diese auch seine Geschwindigkeit nicht weiter, d. h. die letztere bliebe nun ewig gleich Null. Das gedachte Ding wäre gewissermassen dem Kausalnexus entzogen, sofern nicht mehr auf es gewirkt werden könnte. Möglicherweise knüpft sich an diesen Punkt eine weittragende metaphysische Untersuchung.

Es ist gut zu bemerken, dass die beiden hier berührten spekulativen Schwierigkeiten wegfallen, so wie man die Sache mathematisch formulirt hat. In der That sehen wir ja, dass die mathematische Formulirung sofort zu den bekannten Grundgleichungen der Mechanik führte, durch welche jede Bewegung unter dem Einfluss von Centralkräften ohne jedwede Dunkelheit dargestellt wird. Die Nothwendigkeit der Richtungsänderung bei vollkommen freier Bewegung ergibt sich hier von selbst durch das Zerfallen der einen Gleichung in drei bei Unabhängigkeit der drei Koordinatendifferentiale von einander. Der Fall, wo etwa die Geschwindigkeit eines Dinges einmal Null wird, hat für die mathematische Betrachtung vollends keine Schwierigkeit, denn denkt man sich die Geschwindigkeit einer bestimmten Masse als Funktion von t entwickelt, so kann sich für einen bestimmten Werth der Zeit, der Werth der Funktion gleich Null ergeben, und die Werthe für folgende Werthe der Zeit ergeben sich ohne Weiteres.

Ueber die der Mechanik zu Grunde liegenden Anschauungen.*)

Es ist nicht zu verkennen, dass sich seit einiger Zeit eine Abneigung gegen die von *Galilei* und *Newton* ausgebildeten Grundanschauungen der Mechanik bei den Darstellern dieser Wissenschaft geltend macht. Einen der hervorragendsten derselben, *Kirchhoff*, hat sie sogar veranlasst, die Mechanik zu definiren als die Kunst, Bewegungen auf die möglichst einfache Weise zu *beschreiben*, welche ganz von der *Erklärung* ihrer *Verursachung* abzusehen habe. Diese Strömung der Gegenwart scheint mir aus zwei Quellen zusammenzufließen. Seit *Lagrange* darauf aufmerksam gemacht hat, dass bei Centralkräften, welche bloss vom wechselseitigen Abstände der wirksamen Massen abhängen, die Componenten partielle Derivirte einer Function der Coordinaten der wirksamen Massenpunkte sind, hat man dieser Function und ihrer Aenderung, der sogenannten Arbeit, eine immer gesteigerte Aufmerksamkeit geschenkt. Dies die eine Quelle. Andererseits hat wohl Jeder, der über die Grundbegriffe der Mechanik nachdenkt, mehr oder weniger Anstoss genommen an der Dunkelheit, welche dem Begriffe einer anziehenden oder abstossenden Kraft innewohnt. In der That, was kann dunkler sein als die Vorstellung von einer »Tendenz« des einen Körpers, sich einem andern zu nähern! Wenn ich ein Gewicht an einer Federwage ruhig hängen sehe, soll ich mir vorstellen, das Gewicht hat eine active Tendenz, zum Mittelpunkte der Erde zu gehen, und die Feder hat eine Tendenz, es zu erheben; diese beiden fortwährenden Actionen heben einander aber auf, so dass nichts geschieht. Streng

*) Schon abgedruckt in den Verhandlungen der physik.-med. Gesellschaft zu Würzburg. N. F. Bd. 14.

genommen ist diese Vorstellung ganz unausführbar. Wenn man sich den psychologischen Hergang zergliedert, der die Schöpfer dieser Vorstellung dazu gebracht hat, so wird man leicht finden, dass sie ihren Ursprung nur in der besonderen Organisation unserer Muskelsubstanz hat. Ziehe ich nämlich die Schale der Federwage nicht durch ein Gewicht, sondern durch die Biegung meines Armes herunter und soll sie an dem Orte stehen bleiben, so muss allerdings ebenso lange ein chemischer Process im Muskel stattfinden, dessen Aufrechterhaltung immer neue Willensimpulse erfordert, die im Bewusstsein als Anstrengung oder Action sich bemerkbar machen und auch in relativer Ruhe eine Tendenz zur weiteren Abwärtsbewegung der Hand vortäuschen. Nun ist aber offenbar das Bewusstsein von der Art, wie wir durch unsere Muskelthätigkeit Bewegungen hervorbringen oder verändern, der erste Ursprung von den Vorstellungen über die Verursachung derselben überhaupt, und so hat sich in die Mechanik die seltsame Idee eingeschlichen, als ob auch in einem ruhenden Körper Bewegungstendenzen vorhanden wären. Man könnte dies füglich als einen »Anthropomorphismus« bezeichnen.

Sehen wir übrigens von dem Ursprunge der Vorstellung von einer im Ruhezustand schon vorhandenen Bewegungstendenz ganz ab, der wie gezeigt auf einem physiologischen Missverständnisse beruht, so bleibt ein logischer Widerspruch in den Vorstellungen selbst zurück, über den man, so viel ich sehe, gar nicht wegkommen kann. Trotz aller Bewegungstendenz könnte nämlich ein Körper aus der Ruhe nie in Bewegung kommen. Stellen wir uns den erstgedachten Fall wieder vor: Ein Gewicht hängt mittels eines Fadens an einer Federwage im Gleichgewicht. Der Faden werde abgebrannt. Wie soll das Gewicht fallen? Damit es den ersten Schritt zur Annäherung an die Erde thue, muss es doch eine, wenn auch noch so kleine, Geschwindigkeit haben. Diese kann es aber nur durch Arbeit, d. h. in unserem Falle durch Annäherung an den Erdmittelpunkt, erlangen. Wir haben also den Erfolg als Voraussetzung nöthig, was ein vollkommener logischer Widerspruch ist. Ueber diesen hilft uns auch die Erwägung nicht weg, dass

allerdings die Arbeit nur ein unendlich Kleines zweiter Ordnung zu sein braucht, um eine Geschwindigkeit zu erzeugen, die ein unendlich Kleines erster Ordnung ist. Wir haben eben von der absoluten Null einen Uebergang zu irgend einem Werthe nöthig.

Einen dritten Anstoss nehme ich daran, das in der *Galilei-Newton'schen* Erklärung von der Verursachung der Bewegungsänderungen die Zeit als ursprünglich wirksamer Factor eingeht, indem die erzeugte Bewegungsgrösse proportional gesetzt wird der Zeit, während welcher eine Kraft auf den bewegten Körper einwirkt. Mir scheint a priori gewiss, dass die Zeit an sich bei irgend einer Aenderung keine wirksame Rolle spielen kann, also auch nicht bei Aenderung einer Geschwindigkeit.

Die Verursachung ist, wie *Schopenhauer* sehr richtig hervorgehoben hat, die Abhängigkeit zweier Veränderungen von einander, derart, dass, wenn die eine Grösse eine bestimmte Aenderung erleidet (Ursache), die andere ebenfalls eine gesetzmässig bestimmte Aenderung erleiden muss (Wirkung); in welcher Zeit diese beiden Aenderungen stattfinden, das kann auf ihren gesetzmässigen Zusammenhang keinen Einfluss haben. Dass die Zeit in den jetzt üblichen Darstellungen der Mechanik auch nur scheinbar diese principale Rolle spielt, ist leicht ersichtlich, wenn man bedenkt, dass die Beschleunigung mit der Zeit nur dann stattfindet, wenn der bewegte Körper der Kraft folgt, d. h. auch seinen Ort verändert. Die Zeit darf meines Erachtens in die mechanischen Betrachtungen erst secundär eintreten, nämlich durch Vermittelung des Begriffes der Geschwindigkeit.

Solche Erwägungen haben mich schon vor langer Zeit zum Nachdenken angeregt, ob nicht durch andere Gestaltung der Vorstellungen von der Verursachung der Bewegungsänderungen die Dunkelheit aus den Grundlagen der Mechanik verbannt werden könnte. Wenn ich mich nicht täusche, ist es mir auch gelungen, eine solche widerspruchsfreie Grundlegung der Mechanik zu finden. Ich habe dieselbe bereits vor 15 Jahren in dem ersten Theile*)

*) Derselbe erschien anonym unter dem Titel: Ursache und Wirkung. Ein Versuch. Kassel und Göttingen, G. H. Wigand, 1867.

dieser Schrift niedergelegt. Dass es vollständig unbeachtet geblieben ist, mag begründet sein in der Unhaltbarkeit meiner Gedanken oder in der Sinnesrichtung unserer Zeit, welche mehr auf thatsächlichen Neuerwerb ausgeht als auf philosophische Durchdringung und Klärung der Grundlagen unseres Wissens. Jedefalls hätte eine neue Darstellung meiner Anschauungsweise ebenso wenig Aussicht auf Erfolg wie die frühere, und würde ich eine solche unterlassen, wenn ich nicht jetzt im Stande zu sein glaubte, noch ein neues Moment hinzufügen zu können. Während nämlich in meiner früheren Darstellung die Grundformeln der älteren Mechanik sich als Resultat ergaben, würde bei der gegenwärtigen Fassung das *Weber'sche* Gesetz als dasjenige erscheinen, welches die Verursachung der Bewegungsänderung beherrscht. Mir scheint aber, dass man heutzutage an eine Grundlegung der Mechanik die Anforderung stellen müsse, dass sich daraus eben dies Gesetz ableiten lasse, da es wohl ohne Zweifel der vollständigere Ausdruck der gegenseitigen Massenwirkung ist. Aus diesem Grunde habe ich mich entschlossen, meinen Grundgedanken noch einmal in veränderter Fassung kurz und ohne ausführliche Begründung darzustellen.

Die Materie, das Substrat der Wechselwirkung, besteht aus getrennten Theilchen, Atomen. Ein Atom nimmt keinen auch noch so kleinen Raum stetig ein; vielmehr kommt ihm nur ein Ort im Raume zu, welcher im Allgemeinen für dasselbe Atom variabel ist. Nichts hindert uns zu denken, dass gleichzeitig mehrere Atome an demselben Orte sind. Möglicherweise lässt sich freilich beweisen, dass vermöge der Wechselwirkung selbst ein zweites Atom niemals factisch an einem Orte eintreffen kann, in welchem sich zu derselben Zeit ein anderes findet. Die blosse Existenz eines Atomes an einem Orte verhindert aber die gleichzeitige Anwesenheit eines andern daselbst nicht.

Die vorstehenden Sätze halte ich nicht etwa für wahrscheinliche Folgerungen aus der Erfahrung, sondern für erkenntnistheoretische Sätze, denen mithin a priori Gewissheit zukommt; indessen will ich hier nicht versuchen, sie als nothwendige Voraus-

setzungen einer möglichen Erfahrung zu deduciren, weil die meisten Naturforscher an ihnen wohl schwerlich besonderen Anstoss nehmen werden, obgleich neuerdings hier und da die Idee einer stetigen Raumerfüllung durch die Materie — meines Erachtens ein logischer Widerspruch — wieder Geltung zu gewinnen scheint.

Jedem Atom kommt in jedem Augenblick ein gewisser Zustand zu, dessen Möglichkeit an sich keineswegs an die gleichzeitige Existenz anderer Atome geknüpft ist. Dieser Zustand, dessen inneres Wesen nicht definirbar ist, kommt zur Erscheinung als Bewegung und zwar als absolute Bewegung, welche wir, wie schon *Newton* gezeigt hat, nothwendig annehmen müssen, obgleich wir sie nicht als solche im einzelnen Falle erkennen und messen können. Das Mass der Intensität des Bewegungszustandes ist die Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$, wenn ds die im Zeitdifferential dt zurück-

gelegte Wegstrecke bedeutet. Es ist gut, zu bemerken, dass dies Mass der Natur der Sache nach nur positive Werthe haben kann. Es geht dies einerseits aus der Formel hervor, da dt sowohl als ds wesentlich positive Grössen sind, denn jeder neue Schritt des Atoms ist ein positiver Zuwachs zu der von ihm durchlaufenen Bahnstrecke auch dann, wenn er in umgekehrter Richtung geschieht. Andererseits liegt er in der ursprünglichen Definition, denn der Grad einer Eigenschaft oder eines Zustandes eines Dinges kann nur positive Werthe haben; entgegengesetzte Werthe kann nur eine Grösse haben, durch welche eine Beziehung zwischen zwei Dingen gemessen wird.

Der Bewegungszustand eines Atomes würde unverändert bleiben, wenn nicht andere Atome vorhanden wären, welche auf das erstere wirken. Dieser Satz wird wohl von Niemandem bezweifelt, wenn auch vielleicht nicht Jeder zugeben wird, dass er a priori gewiss ist, wie ich glaube. Es dürfte aber ebenso allgemein zugestanden werden, dass der Zustand eines Atomes auch dann unverändert bleiben würde, wenn seine Beziehungen zu allen andern Atomen in allen Stücken unverändert blieben.

Dieser Satz allein kann zum Ausgangspunkte der Mechanik,

d. h. der Lehre von der Verursachung der Bewegungsänderung, dienen. Er ist ohne alle Dunkelheit und Widerspruch; er ist ausserdem rein erkenntnistheoretisch und a priori gewiss, d. h. ohne diesen Satz gelten zu lassen, kann man gar keinen gesetzmässigen Zusammenhang im Ablaufe der Erscheinungen in der Zeit denken. Das Letztere will ich ebenfalls nicht hier nachzuweisen versuchen, aber den Satz selbst müssen wir noch genauer entwickeln. Stellen wir uns die Atome vermöge ihres inneren Zustandes im Raume bewegt vor und zwar zunächst jedes in einer bestimmten Richtung bewegt, so wird nach Ablauf eines sehr kleinen Zeittheilchens die gegenseitige Beziehung, die als räumliche Beziehung derselben erscheint, eine andere geworden sein, als sie zu Anfang gewesen ist, und zwar ist diese Veränderung durch *nichts bewirkt*, ihre Vorstellung ist schon enthalten in der Vorstellung der Bewegung selbst und würde auch erfolgen, wenn die Atome keine Wechselwirkung auf einander ausübten. Eine Wechselwirkung zwischen den Atomen annehmen heisst nun offenbar nichts Anderes als annehmen, dass die in der Bewegung von selbst erfolgende Aenderung der gegenseitigen Beziehung der Atome eine Aenderung ihrer inneren Zustände herbeiführt. Fassen wir, um es noch klarer anzuschauen, nur ein Paar von Atomen, P und Q, ins Auge. In seiner Bewegung ändert sich die Beziehung des Atomes P zum Atome Q. P erfährt eine Einwirkung von Q, kann doch nun offenbar nur heissen: durch die Aenderung dieser Beziehung muss sich in dem Atome P selbst etwas ändern; dies in P selbst gelegene Etwas kann aber offenbar nichts Anderes sein als der innere Zustand von P, der als Bewegung erscheint. Wir haben somit den Satz: die Aenderungen der Geschwindigkeiten der Atome müssen von der Aenderung ihrer gegenseitigen Beziehungen in einer gesetzlichen Abhängigkeit stehen.

Um den gesetzmässigen Zusammenhang der beiden Aenderungen mathematisch formuliren zu können, müssen wir die beiden Grössen, deren Aenderungen in Frage kommen, genauer definiren, so dass sie gemessen werden können. Für die Intensität des inneren Zustandes haben wir bereits in der absoluten Geschwin-

digkeit das Mass gefunden; es handelt sich also nur noch um die Beziehung. Wären die Atome in Ruhe, so wären ihre Beziehungen durch die Abstände gegeben, und es wäre also als Mass der Beziehung zweier Atome zu einander einfach eine Function ihres Abstandes zu setzen. Anders ist es bei zwei bewegten Atomen. Man wird hier zugeben, dass sie sich bei gleichem Abstände in verschiedener Beziehung zu einander befinden können, je nachdem sie sich auf einander zu oder von einander weg oder in anderen Richtungen gegen einander bewegen. Dass eine daher genommene Bestimmung in die Grösse aufgenommen werden muss, welche die Beziehung der bewegten Atome zu einander messen soll, kann man auch folgendermassen einsehen. Unter Beziehung muss offenbar alles das verstanden werden, was sich von selbst ändert bei der Bewegung, oder dessen Aenderung in der Vorstellung der Bewegung schon mit enthalten ist, ohne dass man eine Aenderung der Bewegung selbst anzunehmen hätte. Nun ändern sich aber, geradlinige constante Bewegung der Atome vorausgesetzt, nicht bloss ihre Abstände, sondern auch die Winkel zwischen den Verbindungslinien der Atome und ihrer Bewegungsrichtung. Von ihnen muss also die zum Masse der Beziehung dienende Grösse auch noch abhängen.

In mathematischer Form kann dies noch genauer so ausgesprochen werden. Es seien zwei Atome P und Q im Abstände r , und die augenblickliche Bewegungsrichtung bilde mit der über P hinaus verlängerten Richtung der Verbindungslinie den Winkel α die augenblickliche Bewegungsrichtung von Q bilde den Winkel β mit der über Q hinaus verlängerten Richtung derselben Verbindungslinie. Endlich heisse γ der Winkel, welchen die Richtungen der Bewegungen von P und Q miteinander machen. Es ist nun offenbar, dass die Beziehung zwischen den beiden bewegten Atomen durch r , α , β und γ vollständig charakterisirt ist und dass also die Aenderung der Beziehung bei einer kleinen Verschiebung von P in seiner Bahn gemessen werden muss durch die Aenderung, welche eine Function der Grössen r , α , β und γ erleidet. Da aber der Winkel γ durch die Bewegung in ihrer ursprünglichen Richtung

nicht geändert wird, so kann dieser Winkel als Variable in der Function nicht auftreten. Nennen wir jetzt v_p die Geschwindigkeit von P und v_q die Geschwindigkeit von Q, so muss die Aenderung von v_p während des Zeitdifferentials ($d v_p$) in einem mathematisch ausdrückbaren gesetzlichen Zusammenhang stehen mit der Aenderung, welche jene Function von r, α, β während desselben Zeitdifferentialen erleidet, und in gleichen Zusammenhang muss ($d v_q$) mit der Aenderung jener Function stehen. Dieser Zusammenhang kann übrigens unbeschadet der Allgemeinheit geradezu als Proportionalität definirt werden, da ja die Form der Function noch ganz willkürlich ist.

In die algebraische Bildung jener Function können auch die Grössen v_p und v_q eingehen, denn es hat a priori durchaus nichts gegen sich anzunehmen, dass die Aenderung, welche die Geschwindigkeit eines Atomes durch eine bestimmte Aenderung der Beziehung zu anderen Atomen erleidet, auch davon abhängt, wie gross diese Geschwindigkeit schon war, und davon, wie gross die Geschwindigkeit der wirksamen anderen Atome zu der Zeit ist, zu der die Beziehungsänderung stattfindet. Es ist aber sehr wichtig, zu bemerken, dass die Grössen v_p und v_q bei der Differentiation der Beziehungsfuction, durch welche die ursächliche Beziehungsänderung zu ermitteln ist, als Constante betrachtet werden müssen. Denn der aufgestellte Fundamentalsatz sagt aus: Die Aenderung, welche während des Zeitdifferentials die Geschwindigkeiten v_p und v_q der in Wechselwirkung stehenden Atome erleiden, sind proportional den Aenderungen, welche ihre gegenseitige Beziehung *vermöge* ihrer Bewegung mit jenen Geschwindigkeiten erleiden. Es darf also bei der Berechnung der Beziehungsänderung nur das in Rechnung gebracht werden, was sich durch das Fortschreiten mit den Geschwindigkeiten v_p und v_q ändert. Ihre Werthe selbst, sofern sie in der Formel für die Beziehungsfuction vorkommen, sind also, wie behauptet wurde, bei der Differentiation constant zu setzen.

Von allen bis jetzt aufgestellten Behauptungen könnte, so viel ich sehe, schon gegenwärtig nachgewiesen werden, dass sie

rein erkenntnistheoretisch im Sinne *Kant's* und also a priori gewiss sind, d. h. es lässt sich, glaube ich, nachweisen, dass ohne diese Sätze eine durchgängig zusammenhängende Erfahrung nicht möglich ist. Ich füge nun noch einen Satz hinzu, für den ich ebenfalls den Rang eines erkenntnistheoretischen in Anspruch nehmen möchte, ohne jedoch im Augenblicke den Beweis liefern zu können, dass er ein solcher ist. Der Satz lautet so: die Geschwindigkeit des Atomes P kann nur derjenigen Aenderung der Beziehung proportional sein, welche durch die Bewegung von P selbst hervorgebracht wird, nicht der durch die Bewegung eines anderen Atomes hervorgebrachten Beziehungsänderung. Durch blosses Aussprechen unmittelbar einleuchtend scheint mir der Satz jedenfalls zu sein. Zu seiner Begründung oder Erläuterung könnte man etwa noch sagen, die Ursache muss da sein, wo die Wirkung ist. In unserm Falle ist die Wirkung die Aenderung der Bewegung von P, also muss auch die Ursache im Atome P, d. h. in *seiner* Verschiebung, liegen. Anstoss dürfte gerade dieser Satz am wenigsten erregen, da ja auch im Sinne der heutigen Auffassungsweise ein ganz analoger Satz gilt. Bewegen sich nämlich zwei Massen von ihrer Anziehungskraft getrieben auf den gemeinsamen Schwerpunkt zu, so wächst die lebendige Kraft jeder einzelnen nur nach Massgabe der Wegstrecke, welche *sie selbst* zurücklegt.

Die ganze bisherige Entwicklung können wir also, wenn es sich um die Wechselwirkung von bloss 2 Atomen P und Q handelt, mathematisch so formuliren:

$$\frac{d v_p}{dt} dt = C_1 \frac{d_p f(r, \alpha, \beta [v_p], [v_q])}{dt} dt$$

$$\frac{d v_q}{dt} dt = C_2 \frac{d_q f(r, \alpha, \beta [v_p], [v_q])}{dt} dt$$

Der Index p an dem d rechter Hand in der ersten Formel bedeutet, dass bei der Differentiation nur solche Aenderungen von r, α, β berücksichtigt werden sollen, welche durch die Bewegung von P hervorgebracht werden. Das Analoge soll der Index q rechts in der zweiten Formel andeuten. Die besondere Einklammerung der Grössen v_p und v_q innerhalb des Functionszeichens

soll andeuten, dass diese beiden Grössen bei der Differentiation als constant gelten sollen.

Der constante Factor C_1 in der ersten Formel ist die Masse des Atomes Q und ebenso ist der Factor C_2 die Masse des Atomes P. Offenbar muss nämlich die in P hervorgebrachte Geschwindigkeitsänderung von dem hierselbst vereinigten Quantum des wirksamen und Wirkung erleidenden Agens unabhängig sein, da jede hier befindliche Einheit desselben die gleiche Wirkung erfährt. Wenn ich aber in Q die doppelte Anzahl von wirksamen Einheiten denke, so wird in P auf jede Einheit zweimal dieselbe Wirkung ausgeübt, welche von nur einer in Q befindlichen Einheit ausgeübt werden würde. Das Umgekehrte gilt von der Wirkung in Q.

Aus der vorstehend entwickelten Anschauung von der Verursachung der Bewegungsänderungen müssen sich nun die gewöhnlichen Fundamentalformeln der Bewegungslehre entwickeln lassen resp. analoge Fundamentalformeln im Sinne des *Weber'schen* Gesetzes. Diese sind nämlich *empirische* Wahrheiten, und ein Satz, der den Anspruch macht, ein erkenntniss-theoretischer zu sein, darf nicht empirisch festgestellten Sätzen widersprechen. Thut er dies, so ist er nothwendig falsch deducirt.

Um die Uebereinstimmung unserer Formel mit den Grundgleichungen der Mechanik zu prüfen, müssen wir über die Form der Beziehungsfuction bestimmte Annahmen machen. Ich glaube nun, dass diejenigen Annahmen, von denen gezeigt werden wird, dass sie die bekannten Grundgleichungen zur Folge haben, in Zukunft auch als erkenntnistheoretisch nothwendig erweisbar sein werden. Jedesfalls wird man schon jetzt zugeben müssen, dass sie sehr einfach und plausibel sind. Vor allen lässt sich *eine* Annahme über die Natur der Beziehungsfuction als eine sehr natürliche bezeichnen, dass nämlich in ihr die Geschwindigkeit des die Wirkung erleidenden Atomes einmal als Divisor der ganzen Function auftritt, welcher also ohne Weiteres vor das Differentialzeichen treten könnte, unbeschadet eines noch anderweiten Einflusses der Geschwindigkeit. Die obigen Formeln wür-

den dann, wenn man noch die Massen durch m mit Indices bezeichnet, so geschrieben werden können:

$$d v_p = \frac{m_q}{v_p} d_p f(r, \alpha, \beta, v_p, v_q)$$

$$d v_q = \frac{m_p}{v_q} d_q f(r, \alpha, \beta, v_p, v_q)$$

Die so formulirte Annahme wird ganz besonders natürlich erscheinen, wenn man sich den Divisor v von vorn herein ausserhalb der Beziehungsfunktion denkt und die Gleichung mithin so ausspricht: die Aenderung, welche im Zeitdifferential die Geschwindigkeit des Atomes erleidet, ist der Aenderung seiner Beziehung zu anderen Atomen direct proportional und ist umgekehrt proportional dem Werthe, welchen die Geschwindigkeit bereits hat. Dies würde heissen, dass ein Zustand seiner Aenderung um so grösseren Widerstand entgegensetzt, je intensiver er bereits ist. Bekanntlich nimmt man nach *Fechner* an, dass dieser Satz für die Aenderung der Empfindungszustände beseelter Wesen Geltung hat. Freilich soll nach *Fechner's* Gesetz die Aenderung des Empfindungszustandes, gleiche Aenderung des Reizes vorausgesetzt, nicht der schon vorhandenen Empfindungsintensität selbst verkehrt proportional sein, wohl aber doch auch kleiner sein, wenn diese grösser ist.

Wir wollen uns jetzt ein System von n aufeinander wirkenden Atomen vorstellen und ihre Massen durch $m_1 \ m_2 \ \dots \ m_p \ \dots \ m_q \ \dots \ m_n$ sowie ihre absoluten Geschwindigkeiten durch $v_1, v_2 \ \dots \ v_p \ \dots \ v_q \ \dots \ v_n$ bezeichnen. Eines dieser Atome m_p wird von jedem der andern eine Einwirkung erfahren nach Massgabe der Aenderung seiner Beziehung zu demselben, und es darf wohl für selbstverständlich gelten, dass diese Einwirkungen sich einfach summiren, denn es kann nicht gedacht werden, dass die eine Wirkung die andere stört. Die Aenderung der Geschwindigkeit v_p wird sich also darstellen lassen als eine Summe von $n-1$, Summanden, deren jeder von einem der übrigen $n-1$ Atome herrührt.

$$(1) \quad d v_p = \frac{1}{v_p} \cdot \sum_{q=1}^{q=n} d_p f(r, \alpha, \beta, v_p, v_q)$$

In der Summe fehlt natürlich das Glied für $q = p$, da ein Atom keine Wirkung auf sich selbst ausübt. Solcher Gleichungen lassen sich n bilden, nämlich für jedes Atom eine. Sie genügen so ohne Weiteres nicht, den Fortgang der Bewegung des Systemes von einem bestimmten Anfangszustand aus zu bestimmen. Hierzu sind vielmehr $3 n$ Gleichungen erforderlich, wodurch die $3 n$ Coordinaten der n Atome als Functionen der Zeit bestimmt werden könnten. Es scheint demnach, als könne man noch $2 n$ Gleichungen zwischen den Coordinaten der n Atome willkürlich festsetzen, ohne die Bewegung unter der Wechselwirkung der n Atome unmöglich zu machen. Dies heisst soviel als jedem Atom eine bestimmte Bahn vorzuschreiben. In der That ist dies auch bei den hier zu Grunde gelegten Anschauungen ebenso gut möglich als bei der Annahme von Centrakkräften im Sinne der heutigen Mechanik. Offenbar ist dies aber nicht der Fall der wirklichen Natur, in welcher ohne Zweifel alle Richtungen des Raumes dem Atome von jedem Punkte aus gleich zugänglich wird. Die n Gleichungen von der Form (1) müssen also in Wahrheit $3 n$ Gleichungen enthalten, was sogleich gezeigt werden soll, nachdem wir die Form durch beiderseitige Multiplication mit v_p unter Berücksichtigung der Gleichung $v_p d v_p = \frac{1}{2} d (v_p^2)$ umgestaltet haben in

$$(2) \quad \frac{1}{2} d (v_p^2) = \sum_{q=1}^{q=n} m_q d_p f(r, \alpha, \beta, v_p, v_q)$$

Auf der rechten Seite kann man die Aenderung, welche die Beziehungsfuction durch das Vorrücken der Masse m_p nur die unendlich kleine Strecke $v_p dt$ erleidet, auch darstellen als die Summe dreier Aenderungen, welche entstehen, wenn man den Punct successive um die Projectionen von $v_p dt$ auf die Coordinatenachsen verschiebt. Man kann also setzen

$$d_p f = \frac{d_p f_{p,q}}{dx_p} dx_p + \frac{d_p f_{p,q}}{dy_p} dy_p + \frac{d_p f_{p,q}}{dz_p} dz_p$$

wo zur Abkürzung ein blosses $f_{p, q}$ für $f(r_{p, q}, \alpha_{p, q}, \beta_{p, q}, v_p, v_q)$ gesetzt ist. Linker Hand hat man

$$v_p^2 = \left(\frac{dx_p}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_p}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_p}{dt}\right)^2 \text{ also}$$

$$\frac{1}{2} d(v_p^2) = \frac{d^2 x_p}{dt^2} dx_p + \frac{d^2 y_p}{dt^2} dy_p + \frac{d^2 z_p}{dt^2} dz_p$$

Mithin gestaltet sich jede der n Gleichungen von der Form (2) so:

$$(3) \quad \frac{d^2 x_p}{dt^2} dx_p + \frac{d^2 y_p}{dt^2} dy_p + \frac{d^2 z_p}{dt^2} dz_p = dx_p \sum_{q=1}^{q=n} m_q \frac{d_p f_{p, q}}{dx_p} \\ + dy_p \sum_{q=1}^{q=n} m_q \frac{d_p f_{p, q}}{dy_p} + dz_p \sum_{q=1}^{q=n} m_q \frac{d_p f_{p, q}}{dz_p}$$

Ist die Bewegung frei, so muss diese Gleichung gelten für jede Richtung der Bewegung von m_p , d. h. also für jedes Verhältniss zwischen den Coordinatendifferentialen. Dann kann sie aber nur erfüllt sein, wenn die Coefficienten dieser Differentiale $dx_p dy_p dz_p$ einzeln einander gleich sind; sie zerfällt daher in drei Gleichungen:

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{d^2 x_p}{dt^2} = \sum_{q=1}^{q=n} m_q \frac{d f_{p, q}}{dx_p} \\ \frac{d^2 y_p}{dt^2} = \sum_{q=1}^{q=n} m_q \frac{d f_{p, q}}{dy_p} \\ \frac{d^2 z_p}{dt^2} = \sum_{q=1}^{q=n} m_q \frac{d f_{p, q}}{dz_p} \end{cases}$$

Die Indices p am d rechter Hand können jetzt wegbleiben, da schon durch die Differentiale im Nenner dasselbe ausgedrückt ist.

Man hat somit $3n$ Gleichungen, durch welche der weitere Ablauf der Bewegung des Systemes von irgend einem Anfangszustande aus vollständig bestimmt ist. Es ist wichtig zu bemerken, dass in den neuen Gleichungen die Componenten der absoluten Bewegung nicht mehr vorkommen. Ihre Anwendung setzt also nicht die bekanntlich unmögliche Kenntniss der absoluten Bewegung der Atome voraus. Sie sind vielmehr anwendbar auf

die Betrachtung der relativen Bewegung in einem willkürlich gewählten Coordinatensystem, das man sich selbst noch mit jeder beliebigen Geschwindigkeit im absoluten Raume begabt denken darf. Diese Bemerkung wird auch dadurch nicht hinfällig, dass in die Function f die Grössen v_p und v_q als Constante eingehen, denn wir werden weiter unten sehen, dass diese Grössen in jener Function mit α und β derart verbunden vorkommen, dass die Kenntniss ihrer absoluten Werthe nicht erforderlich ist.

Man erkennt in den Gleichungen (4) auch sofort die allgemein bekannten Fundamentalgleichungen der Mechanik für den Fall von Centralkräften, deren Intensität lediglich vom Abstände der auf einander wirkenden Massen abhängt, wenn man in der Beziehungsfuction die Abhängigkeit von den Winkeln α und β sowie von den Constanten v unterdrückt und diese Function lediglich als Function von r denkt.

Es bleibt jetzt noch übrig zu zeigen, dass eine sehr einfache und natürliche Annahme über die Form der Beziehungsfuction das *Weber'sche* Gesetz ergibt. Was zunächst das Auftreten von r in der Beziehungsfuction betrifft, so ist die natürlichste Annahme jedenfalls die, dass der Werth der Beziehung zweier Massenpunkte ihrem Abstände umgekehrt proportional ist. In der That wird Jeder die Beziehung zweier Atome *ceteris partibus* um so inniger oder intensiver nennen, je näher sie aneinander sind oder je kleiner ihr Abstand ist. Man würde demnach zu setzen haben:

$$f(r, \alpha, \beta, v_p, v_q) = \frac{1}{r} \varphi(\alpha, \beta, v_p, v_q)$$

und es wäre nur noch die Form der Function $\varphi(\alpha, \beta, v_p, v_q)$ zu finden. Ich bin nun allerdings ausser Stande, eine bestimmte Annahme hierüber als *a priori* nothwendig zu begründen, glaube aber, dass es vielleicht später gelingen wird, diejenige Annahme als erkenntnisstheoretisch nothwendig zu erweisen, welche, wie sogleich gezeigt werden soll, zur Potentialfunction des *Weber'schen* Gesetzes führt. Jedenfalls hat sie auch schon von vorn

herein die Erwägung für sich, dass bei ihr, wie oben bemerkt wurde, Alles aus den Formeln verschwindet, was eine Kenntniss der absoluten Bewegung voraussetzen würde. Die Annahme besteht darin, dass man

$$\varphi(\alpha, \beta, v_p, v_q) = \pm (1 - a [v_p \cos \alpha + v_q \cos \beta]^2)$$

setzt, wo a eine Constante bedeutet, welche höchstens noch von der unveränderlichen Natur des Atompaares m_p und m_q , nicht aber von ihrer Beziehung oder von ihrem Zustande abhängig ist. Wie man leicht sieht, ist $(v_p \cos \alpha + v_q \cos \beta) dt$ nichts Anderes als das vollständige Differential des Abstandes r . Setzt man also

noch $a = \frac{1}{c^2}$, wo c die in *Weber's* Formeln auftretende kritische

Geschwindigkeit bedeutet, so hat man

$$\frac{1}{r} \varphi(\alpha, \beta, v_p, v_q) = \pm \frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right)$$

was die bekannte Potentialfunction des *Weber'schen* Gesetzes ist. Gilt das obere Vorzeichen für ein Atompaar, so wirken die beiden im Sinne der bisher geläufigen Anschauungsweise anziehend aufeinander, denn es nimmt alsdann, wie aus (1) zu ersehen, die Geschwindigkeit bei der Annäherung im Allgemeinen einen positiven Zuwachs. Das untere Vorzeichen gilt, wenn die Atome abstossend aufeinander wirken.

Es wird gut sein, hier noch einmal ausdrücklich darauf aufmerksam zu machen, dass in der Function f die Grössen v_p und v_q bei der Differenzirung als constante zu behandeln waren und dass daher bei dieser Operation an der Function in ihrer jetzigen Gestalt nur *der* Zuwachs von $\left(\frac{dr}{dt} \right)^2$ in Rechnung gebracht werden darf, welchen er erhält vermöge der gerade vorhandenen Geschwindigkeit, nicht vermöge der in dem betrachteten Zeitdifferential erfolgenden absoluten Beschleunigung. In der That ist ja die Aenderung von $\left(\frac{dr}{dt} \right)^2$ ein Theil der *Ursache* der Beschleunigung und kann also unmöglich von dieser als ihrer Wirkung abhängen.

Weber hat bekanntlich in seinen neueren Abhandlungen die entgegengesetzte Ansicht vertreten. Sie führt aber zu einer Bestimmung der sog. Kraftcomponenten, auf welche das Princip des Parallelogrammes der Kräfte nicht anwendbar ist. Wenn auch diese Consequenz die Ansicht *Weber's* nicht geradezu widerlegt, so dürfte sie doch geeignet sein, einiges Bedenken dagegen zu erregen und der hier vertretenen Auffassung einen Vorzug zu geben.

Am Schluss dieses Versuches, die bekannten Grundgleichungen der Mechanik ohne die Vorstellung von Kräften abzuleiten, muss ich noch einer Dunkelheit gedenken, die auch in ihr noch übrig bleibt. Wenn nämlich im Fortgange der Verursachung die absolute Geschwindigkeit eines Atomes jemals der absoluten Null gleich wird, so muss sie von da an Null bleiben; es ist dann gewissermassen der Einwirkung von andern Atomen entzogen, während es seinerseits noch auf dieselben einwirken kann. Möglicherweise ist diese Schwierigkeit zu lösen durch den Nachweis, dass die absolute Geschwindigkeit den Werth Null überall nie erreichen kann, sofern die ja nur die eine Grenze der möglichen Werthe der absoluten Geschwindigkeit ist. Jedesfalls ist die Schwierigkeit bei der Begründung auf den Begriff der Kraft als einer Bewegungstendenz viel grösser, sofern hier, wie oben schon hervorgehoben wurde, sogar im Falle der *relativen* Ruhe, die doch im Bereiche der wirklichen Beobachtung liegt, die fernere Einwirkung aufhören müsste. Es mag noch ausdrücklich ausgesprochen werden, dass die soeben berührten Schwierigkeiten lediglich in den Grundanschauungen liegen. Die Formeln (4), die man aus der einen wie aus der andern Grundanschauung ableiten kann, enthalten die vollständige Beschreibung des Bewegungsablaufes ohne alle Dunkelheit. Die Differentialquotienten der Coordinaten nach der Zeit können in ihnen von positiven zu negativen Werthen durch 0 hindurch übergehen.

1842

Im Verlage von **Georg H. Wigand** in Kassel erschien:

- Danzel, A. F., Dr.** Herniologische Studien. Mit besonderer Rücksicht auf die eingeklemmten Brüche. 2. Auflage. Brosch. M. 3.—.
- — Chirurgische Erfahrungen, 1. Heft. Mit einer colorirten Zeichnung. M. 2.—.
- Fick, L., Dr. Prof.** Über die Ursachen der Knochenformen. Experimental - Untersuchung. Mit drei Tafeln Abbildungen. Brosch. M. 3.—.
- Fischer, Otto, Dr.** Die neugebauten Wohnungen und deren Gefahren für ihre Bewohner. Ein Beitrag zur Gesundheitspflege und Sanitätspolizei. Brosch. M. —.75.
- Roese, F., Dr.** Die Psychologie als Einleitung in die Individualitäts-Philosophie. Brosch. M. 6.—.
- Stilling, B., Dr.** Ein Blatt zur neuesten Geschichte der Heilung der Harnröhren-Verengerungen mittelst der inneren Urethrotonomie. Mit einer Tafel Abbildungen. Brosch. M. 1.50.
- Wagner, Rudolph, Dr. Prof.** Neurologische Untersuchungen. Mit zwei Kupfertafeln. Brosch. M. 5.—.
- — Menschenschöpfung und Seelensubstanz. Ein anthropologischer Vortrag. Geheftet. M. —.50.
- — Über Wissen und Glauben mit besonderer Beziehung zur Zukunft der Seelen. Fortsetzung der Betrachtungen über »Menschenschöpfung und Seelensubstanz.« Geh. M. —.50.
- Wilde, William R., Dr.** Praktische Beobachtungen über Ohren-Heilkunde und die Natur und Behandlung der Krankheiten des Ohres. Mit Illustrationen. Aus dem Englischen von Dr. Ernst von Hasselberg. Mit einer Vorrede von Professor Dr. Wilhelm Baum. Brosch. M. 6.—.



VSB Verlags- u.
Sortimentsbuchbinderei GmbH
vormals Bayer. Schwerstbeschädigten-
Arbeitsfürsorge e.V.
Alexander-Pachmann-Str. 21, 8044 Lohhof
Tel. 0 89 / 310 50 36 und 317 23 15

Fick, Adolf,

Ursache und Wirkung ein erkenntniss-theoretischer Versuch

Kassel 1882

Ph.sp. 277 b

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11170973-9